

ФИЗИКА

Решение упражнений к учебнику

Г. Я. Мякишева и др.

Упражнение 1

1. Дано:

$$x_0 = -10 \text{ м};$$

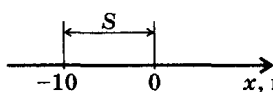
$$t = 5 \text{ с};$$

$$v = 2 \text{ м/с}$$

$$x - ?$$

$$S - ?$$

Решение:



Координату точки найдем по формуле:

$$x = x_0 + v_x t;$$

Пройденный путь равен:

$$S = vt;$$

Вычисления:

$$x = -10 \text{ м} + 2 \text{ м/с} \cdot 5 \text{ с} = 0 \text{ м};$$

$$S = 2 \text{ м/с} \cdot 5 \text{ с} = 10 \text{ м}.$$

Ответ: $x = 0 \text{ м}; S = 10 \text{ м}.$

2. Дано:

$$x_0 = 12 \text{ м};$$

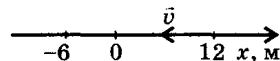
$$t = 6 \text{ с};$$

$$v = 3 \text{ м/с}$$

$$x - ?$$

$$S - ?$$

Решение:



Запишем формулу координаты точки:

$$x = x_0 + v_x t, \text{ где } v_x = -v;$$

$$\text{Тогда: } x = x_0 - vt;$$

Путь S , пройденный точкой при движении вдоль оси OX (см. рис.), равен модулю изменения ее координаты: $S = |x - x_0|$;

Вычисления:

$$x = 12 \text{ м} - 3 \text{ м/с} \cdot 6 \text{ с} = -6 \text{ м};$$

$$S = |-6 \text{ м} - 12 \text{ м}| = 18 \text{ м}.$$

Ответ: $x = -6 \text{ м}; S = 18 \text{ м}.$

3. Дано:

$$x_1 = 8 \text{ м};$$

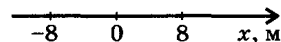
$$x_2 = -8 \text{ м};$$

$$v = 4 \text{ м/с}$$

$$t - ?$$

$$S - ?$$

Решение:



Так как начальная координата $x_1 = x_0$, а конечная $-x_2 = x$, то движение точки описывается уравнением: $x_2 = x_1 + v_x t$, где $v_x = -v$;

$$x_2 = x_1 - vt \text{ отсюда } t = \frac{x_1 - x_2}{v};$$

Пройденный путь равен: $S = vt$.

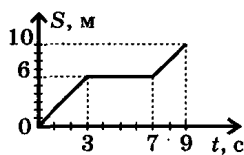
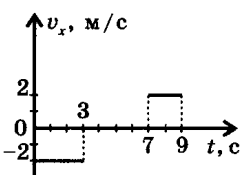
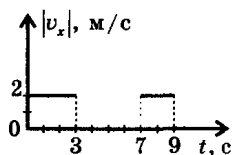
Вычисления:

$$t = \frac{8 \text{ м} - (-8 \text{ м})}{4 \text{ м/с}} = \frac{16 \text{ м}}{4 \text{ м/с}} = 4 \text{ с};$$

$$S = 4 \text{ м/с} \cdot 4 \text{ с} = 16 \text{ м}.$$

Ответ: $t = 4 \text{ с}; S = 16 \text{ м}.$

4. За время от 0 до 3 с точка, двигаясь равномерно по оси OX , в противоположном направлении имела координаты $x_0 = 2 \text{ м}$, $x = -4 \text{ м}$, $v_x = -2 \text{ м/с}$, $S = vt = 6 \text{ м}$. От 3 с до 7 с координата точки не изменялась и равна -4 м , при этом $v_x = 0$, $S = 0$. В следующие две секунды точка движется равномерно и прямолинейно в положительном направлении оси OX . Ее координата изменялась от -4 м до 0 м , при этом $v_x = 2 \text{ м/с}$, $S = 4 \text{ м}$.



Упражнение 2

1. Дано:

$$v_1 = 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с};$$

$$v_2 = 20 \text{ м/с}$$

$$v_{\text{отн1}} = ?$$

$$v_{\text{отн2}} = ?$$

Решение:

1) $v_{1x} = v_{\text{отн1}x} + v_{2x}$ отсюда $v_{\text{отн1}x} = v_{1x} - v_{2x}$, т.к. $v_{\text{отн1}x} = v_{\text{отн1}}$, $v_{1x} = v_1$, $v_{2x} = -v_2$, то $v_{\text{отн1}} = v_1 + v_2$;
 2) $v_{1x} = v_{\text{отн2}x} + v_{2x}$, где $v_{\text{отн2}x} = -v_{\text{отн2}}$, $v_{1x} = v_1$, $v_{2x} = -v_2$, тогда $v_{\text{отн2}} = -v_1 - v_2$;

Вычисления:

$$v_{\text{отн1}} = 10 \text{ м/с} - (-20 \text{ м/с}) = 30 \text{ м/с};$$

$$v_{\text{отн2}} = -10 \text{ м/с} - 20 \text{ м/с} = -30 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_{\text{отн1}} = 30 \text{ м/с}$ по направлению движения первого автомобиля;
 $v_{\text{отн2}} = -30 \text{ м/с}$ по направлению движения второго автомобиля.

2. Дано:

$$v_1 = 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/с};$$

$$v_2 = 102 \text{ км/ч} = 28,3 \text{ м/с};$$

$$l_1 = 900 \text{ м};$$

$$l_2 = 140 \text{ м}$$

$$t = ?$$

Решение:

Расстояние, которое проходит первый поезд относительно второго равно: $l = l_1 + l_2$.
 Скорость первого поезда относительно второго равна $v_{\text{отн1}} = v_1 + v_2$ (см. предыдущую задачу).

$$l_1 + l_2 = (v_1 + v_2)t \text{ отсюда } t = \frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2};$$

Вычисления:

$$t = \frac{900 \text{ м} + 140 \text{ м}}{20 \text{ м/с} + 28,3 \text{ м/с}} \approx 21,5 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 21,5 \text{ с}$.

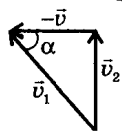
3. Дано:

$$v = 2 \text{ м/с};$$

$$v_2 = 3,5 \text{ м/с};$$

$$v_1 = ?$$

Решение:



Согласно закону сложения скоростей $\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}$, где \vec{v}_2 — скорость катера, направленная перпендикулярно к берегу, \vec{v} — скорость течения реки, \vec{v}_1 — скорость катера относительно воды.

Отсюда $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 - \vec{v}$; Так как полученный треугольник скоростей прямоугольный, то по теореме Пифагора найдем v_1 : $v_1 = \sqrt{v_2^2 + v^2}$. Найдем угол под которым эта скорость направлена к берегу: $\frac{v}{v_1} = \cos \alpha$ (см. рисунок) $\rightarrow \alpha = \arccos \frac{v}{v_1}$;

Вычисления:

$$v_1 = \sqrt{12,25 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + 4 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} \approx 4 \text{ м/с}; \alpha = \arccos \frac{1}{2} = 60^\circ.$$

Ответ: $v_1 \approx 4 \text{ м/с}; \alpha = 60^\circ$.

Упражнение 3

1. Дано:

$$v_0 = 4 \text{ м/с};$$

$$a = 2 \text{ м/с}^2;$$

$$t = 4 \text{ с}$$

$$v - ?$$

Решение:

Запишем уравнение мгновенной скорости

в виде: $v_x = v_{0x} + a_x t$, где $v_{0x} = v_0$, $a_x = a$;

$$v = v_0 + at;$$

Вычисления:

$$v = 4 \text{ м/с} + 2 \text{ м/с}^2 \cdot 4 \text{ с} = 12 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 12 \text{ м/с}$.

2. Дано:

$$v_0 = 20 \text{ м/с};$$

$$t_1 = 5 \text{ с};$$

$$t_2 = 7 \text{ с};$$

$$a = 4 \text{ м/с}^2$$

$$v_1 - ?$$

$$v_2 - ?$$

Решение:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t;$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t;$$

$$v_1 = v_0 - at_1;$$

$$v_2 = v_0 - at_2;$$

Вычисления:

$$v_1 = 20 \text{ м/с} - 4 \text{ м/с}^2 \cdot 5 \text{ с} = 0 \text{ м/с};$$

$$v_2 = 20 \text{ м/с} - 4 \text{ м/с}^2 \cdot 7 \text{ с} = -8 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_1 = 0 \text{ м/с}; v_2 = -8 \text{ м/с}$.

3. Дано:

$$x_0 = 10 \text{ м};$$

$$v_0 = 20 \text{ м/с};$$

$$a = 10 \text{ м/с}^2;$$

$$t_1 = 1 \text{ с}; t_1 = 2 \text{ с};$$

$$t_1 = 3 \text{ с}; t_1 = 4 \text{ с}$$

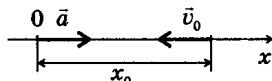
$$x_1 - ?$$

$$x_2 - ?$$

$$x_3 - ?$$

$$x_4 - ?$$

Решение:



Движение тела описывается кинематическим уравнением: $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$.

При выбранных начале координат и положительном направлении оси Ox $v_{0x} = -v_0$, $a_x = a$.

Поэтому: $x = x_0 - v_0 t_1 + \frac{at^2}{2}$;

$$x_1 = x_0 - v_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2};$$

$$x_1 = 10 \text{ м} - 20 \text{ м/с} \cdot 1 \text{ с} + \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 1^2 \text{ с}^2}{2} = -5 \text{ м};$$

$$x_2 = x_0 - v_0 t_2 + \frac{at_2^2}{2};$$

$$x_2 = 10 \text{ м} - 20 \text{ м/с} \cdot 2 \text{ с} + \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 4 \text{ с}^2}{2} = -10 \text{ м};$$

$$x_3 = x_0 - v_0 t_3 + \frac{at_3^2}{2};$$

$$x_3 = 10 \text{ м} - 20 \text{ м/с} \cdot 3 \text{ с} + \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 9 \text{ с}^2}{2} = -5 \text{ м};$$

$$x_4 = x_0 - v_0 t_4 + \frac{a t_4^2}{2};$$

$$x_4 = 10 \text{ м} - 20 \text{ м/с} \cdot 4 \text{ с} + \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 16 \text{ с}^2}{2} = 10 \text{ м};$$

Ответ: $x_1 = -5 \text{ м}; x_2 = -10 \text{ м}; x_3 = -5 \text{ м}; x_4 = 10 \text{ м}.$

4. Дано:

$$v_{01} = 36 \text{ км/ч} =$$

$$= 10 \text{ м/с};$$

$$a_1 = 2 \text{ м/с}^2;$$

$$v_{02} = 72 \text{ км/ч} =$$

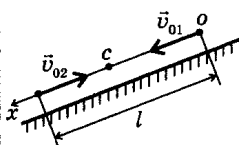
$$= 20 \text{ м/с};$$

$$a_2 = -2 \text{ м/с}^2;$$

$$l = 300 \text{ м}$$

$$t - ?$$

Решение:



Совместим начало координат с положением первого мотоциклиста в начальный момент времени. Тогда движения мотоциклистов

будут описываться кинематическими уравне-

$$\text{ниями: } x_1 = v_{01}t + \frac{a_1 t^2}{2}; x_2 = l - v_{02}t - \frac{(-a_2)t^2}{2} = l -$$

$$v_{02}t + \frac{a_2 t^2}{2}. \text{ Так как в момент встречи коор-}$$

дината и время для обоих мотоциклистов одинаковы, то можно приравнять правые части

$$\text{этих уравнений. } v_{01}t + \frac{a_1 t^2}{2} = l - v_{02}t + \frac{a_2 t^2}{2};$$

$$l = (v_{01} + v_{02})t \text{ откуда } t = \frac{l}{v_{01} + v_{02}}.$$

$$\text{Вычисления: } t = \frac{300 \text{ м}}{10 \text{ м/с} + 20 \text{ м/с}} = 10 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 10 \text{ с}.$

1. Дано:

$$t = 2 \text{ с};$$

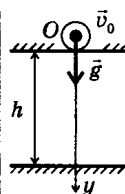
$$g = 10 \text{ м/с}^2;$$

$$h - ?$$

$$v - ?$$

Упражнение 4

Решение:



Направим ось OY вниз, начальной точкой выберем точку падения камня. Тогда движение камня будет описываться кинематическим

$$\text{уравнением } y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

$$\text{Так как } y_0 = 0, v_{0y} = 0, a_y = g, y = h, \text{ то } h = \frac{g t^2}{2};$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t, \text{ где } v_{0y} = 0, a_y = g, \text{ тогда } v_y = v = g t.$$

Вычисления:

$$h = \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 4 \text{ с}^2}{2} = 20 \text{ м}; v = 10 \text{ м/с}^2 \cdot 2 \text{ с} = 20 \text{ м/с}.$$

Ответ: $h = 20 \text{ м}; v = 20 \text{ м/с}.$

2. Дано:

$$h = 5 \text{ м};$$

$$t = 0,5 \text{ с};$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$t - ?$$

$$v - ?$$

Решение:

$$1. h = \frac{gt^2}{2} \text{ (см. решение предыдущей задачи).}$$

Отсюда $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Если ось OY направлена вниз, то уравнение скорости имеет вид:
 $v_y = v_{0y} + g_y t$.

2. Если $v_0 = 0$, то $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$, где
 $y = h, y_0 = 0, v_{0y} = v_0, a_y = g$, тогда

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2} \rightarrow v_0 = \frac{h - \frac{gt^2}{2}}{t} = \frac{h}{t} - \frac{gt}{2}.$$

Вычисления:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \text{ м}}{10 \text{ м/с}^2}} = 1 \text{ с}; v_0 = \frac{5 \text{ м}}{0,5 \text{ с}} - \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,5 \text{ с}}{2} = 7,5 \text{ м/с}.$$

Ответ: $t = 1 \text{ с}; v_0 = 7,5 \text{ м/с}$.

3. Дано:

$$v = 40 \text{ м/с};$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2;$$

$$t - ?$$

$$h - ?$$

Решение:

Аналогично решению задачи №1 имеем:

$h = \frac{gt^2}{2}; v = gt$. Из второго уравнения определим $t = v/g$, потом найдем h .

Вычисления:

$$t = \frac{40 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2} = 4 \text{ с}; h = \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 4^2 \text{ с}^2}{2} = 80 \text{ м}.$$

Ответ: $t = 4 \text{ с}; h = 80 \text{ м}$.

4. Дано:

$$v_0 = 30 \text{ м/с};$$

$$t = 4 \text{ с};$$

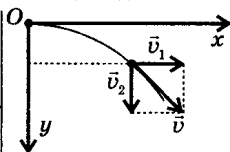
$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$v - ?$$

$$\Delta x - ?$$

$$\Delta y - ?$$

Решение:



Спустя 4 с скорость камня (см. рис.) $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$, где $v_1 = v_0, v_2 = gt$.

$$\text{Тогда } v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}.$$

При выбранных направлениях осей OX и OY кинематические уравнения движения имеют

вид: $x = x_0 + v_{0x}t; y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$. Учитывая, что $x_0 = 0, v_{0x} = v_0, y_0 = 0, v_{0y} = 0, a_y = g$, изменения координат равны: $\Delta x = v_0 t; \Delta y = \frac{gt^2}{2}$.

Вычисления:

$$v = \sqrt{30^2 \text{ м}^2/\text{с}^2 + (10 \cdot 4)^2 \text{ м}^2/\text{с}^2} = 50 \text{ м/с};$$

$$\Delta x = 30 \text{ м/с} \cdot 4 \text{ с} = 120 \text{ м}; \Delta y = \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 16 \text{ с}^2}{2} = 80 \text{ м}.$$

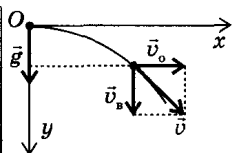
Ответ: $v = 50 \text{ м/с}$; $\Delta x = 120 \text{ м}$; $\Delta y = 80 \text{ м}$.

5. Дано:

$$\begin{aligned} v_0 &= 20 \text{ м/с}; \\ h &= 10 \text{ м}; \\ g &= 10 \text{ м/с}^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t &? \\ l &? \\ v &? \end{aligned}$$

Решение:



$$h = \frac{gt^2}{2} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}};$$

$$l = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}; v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2},$$

где $v_y = gt$; $v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$.

Вычисления:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \text{ м}}{10 \text{ м/с}^2}} \approx 1,4 \text{ с}; l = 20 \text{ м/с} \cdot 1,4 \text{ с} = 28 \text{ м};$$

$$v = \sqrt{400 \text{ м}^2/\text{с}^2 + (10 \cdot 1,4)^2 \text{ м}^2/\text{с}^2} = 24,4 \text{ м/с}.$$

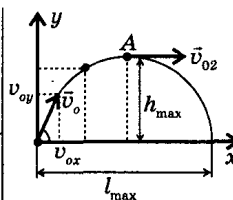
Ответ: $t = 1,4 \text{ с}$; $l = 28 \text{ м}$; $v = 24,4 \text{ м/с}$.

6. Дано:

$$\begin{aligned} \alpha &= 45^\circ; \\ v_0 &= 20 \text{ м/с}; \\ t &= 2 \text{ с}; \\ g &= 10 \text{ м/с}^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{\max} &? \\ l_{\max} &? \\ v &? \\ x(t) &? \\ y(t) &? \end{aligned}$$

Решение:



$$h_{\max} = \frac{gt_1^2}{2}, \text{ где } t_1 \text{ определим}$$

из уравнения скорости $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$. В наивысшей точке $v_y = 0$, отсюда

$$v_0 \sin \alpha = gt_1 \rightarrow t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Тогда

$h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$. Так как парабола симметрична относительно т. А, то $t = 2t_1$,

$$l_{\max} = v_0 \cos \alpha \cdot 2t_1 = v_0 \cos \alpha \cdot 2 \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

В т. А (см. рис.) v_{02} (горизонтальная скорость) = $v_{0x} = v = v_0 \cos \alpha$.

$$x(t) = x_0 + v_0 \cos \alpha t, \text{ т.к. } x_0 = 0, \text{ то } x(t) = v_0 \cos \alpha t;$$

$$y(t) = y_0 + v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2},$$

$$\text{где } y_0 = 0 \text{ и } y(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}.$$

Вычисления:

$$h_{\max} = \frac{20^2 \text{ м}^2/\text{с}^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 10 \text{ м};$$

$$l_{max} = \frac{20^2 \text{ м}^2 / \text{с}^2 \cdot 1}{10 \text{ м} / \text{с}^2} = 40 \text{ м};$$

$$v = 20 \text{ м} / \text{с} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 14 \text{ м} / \text{с};$$

$$x(t) = 20 \text{ м} / \text{с} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 \text{ с} \approx 28 \text{ м};$$

$$y(t) = 20 \text{ м} / \text{с} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 \text{ с} - \frac{10 \text{ м} / \text{с}^2 \cdot 4 \text{ с}^2}{2} \approx 8 \text{ м}.$$

Ответ: $h_{max} = 10 \text{ м}$; $l_{max} = 40 \text{ м}$; $v \approx 14 \text{ м} / \text{с}$; $x(t) \approx 28 \text{ м}$; $y(t) \approx 8 \text{ м}$.

Упражнение 5

1. Дано:

$$v = 95 \text{ м} / \text{с};$$

$$d = 30 \text{ см} = 0,3 \text{ м};$$

$$t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$$

$$N - ?$$

Решение:

Запишем формулу линейной скорости:

$$v = \omega R, \text{ где } \omega = 2\pi\nu, \nu = \frac{N}{t}, R = \frac{d}{2}.$$

$$\text{Тогда } v = \frac{2\pi N}{t} \cdot \frac{d}{2} = \frac{\pi N d}{t} \rightarrow N = \frac{vt}{\pi d}.$$

Вычисления:

$$N = \frac{95 \text{ м} / \text{с} \cdot 60 \text{ с}}{3,14 \cdot 0,3 \text{ м}} \approx 6051.$$

Ответ: $N \approx 6000$ оборотов за 1 мин.

2. Дано:

$$l = 3,5 \text{ м};$$

$$t = 1 \text{ ч} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ с};$$

$$t_1 = 15 \text{ мин} = 900 \text{ с}$$

$$v - ?$$

Решение:

$\alpha_1 = 0^\circ; \alpha_2 = 90^\circ; \alpha_3 = 180^\circ; \alpha_4 = 270^\circ;$

$$v = \omega R, \text{ где } \omega = \frac{2\pi}{T}, R = l, T = t. v = \frac{2\pi}{t} l.$$

Вычисления:

$$v = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3,5 \text{ м}}{3,6 \cdot 10^3 \text{ с}} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ м} / \text{с}.$$

Ответ: $v \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ м} / \text{с}.$

Упражнение 6

1. По второму закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$; сила \vec{F} и \vec{a} совпадают по направлению, о направлении скорости ничего определенного сказать нельзя.

2. Дано:

$$m = 0,4 \text{ кг};$$

$$t = 2 \text{ с};$$

$$v_1 = 2 \text{ м} / \text{с};$$

$$v_2 = 10 \text{ м} / \text{с};$$

$$g = 10 \text{ м} / \text{с}^2$$

$$F - ?$$

Решение:

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось OY: $F_y = mg_y + ma_y,$

где $a_y = \frac{v_{2y} - v_{1y}}{t}$, тогда $F = m \left(g + \frac{v_2 - v_1}{t} \right).$

Вычисления:

$$F = 0,4 \text{ кг} \cdot (10 \text{ м} / \text{с}^2 + 4 \text{ м} / \text{с}^2) = 5,6 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 5,6 \text{ Н}.$

3. Дано:

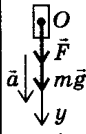
$$m = 5 \text{ кг};$$

$$a = 15 \text{ м/с}^2;$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$F = ?$$

Решение:



Направим ось OY вниз и запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось OY : $F + mg = ma \rightarrow F = m(a - g)$.

Вычисления:

$$F = 5 \text{ кг} \cdot (15 \text{ м/с}^2 - 10 \text{ м/с}^2) = 25 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 25 \text{ Н}$.

4. Дано:

$$m = 5 \text{ кг};$$

$$t = 2 \text{ с};$$

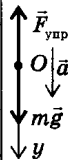
$$v_1 = 2 \text{ м/с};$$

$$v_2 = 8 \text{ м/с};$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$F = ?$$

Решение:



Динамометр покажет значение силы упругости. Для ее определения направим ось OY вниз и запишем второй закон Ньютона в проекциях: $mg_y - F_{\text{упр}y} = ma_y$,

где $a_y = \frac{v_{2y} - v_{1y}}{t}$. $mg - F_{\text{упр}} = \frac{m(v_2 - v_1)}{t} \rightarrow$

$$F_{\text{упр}} = mg - \frac{m(v_2 - v_1)}{t} = m \left(g - \frac{(v_2 - v_1)}{t} \right).$$

Вычисления:

$$F_{\text{упр}} = 5 \text{ кг} \cdot \left(10 \text{ м/с}^2 - \frac{(8 \text{ м/с} - 2 \text{ м/с})}{2 \text{ с}} \right) = 35 \text{ Н}.$$

Ответ: $F_{\text{упр}} = 35 \text{ Н}$.

5. Дано:

$$m = 50 \text{ кг};$$

$$t = 3 \text{ с};$$

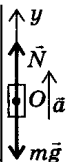
$$v_1 = 8 \text{ м/с};$$

$$v_2 = 2 \text{ м/с};$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$F_g = ?$$

Решение:



Направим ось OY по направлению движения тела, точку O поместим в точку центра тяжести тела. На тело действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вниз, и сила реакции пола лифта \vec{N} , направленная вверх. Равнодействующая этих сил по второму закону Ньютона равна $\vec{N} - m\vec{g} = m\vec{a}$, уравнение в проекциях на ось OY имеет вид: $N_y - mg_y = ma_y$, где $a_y = \frac{v_{2y} - v_{1y}}{t}$.

При выбранных начале координат и положительном направлении оси OY $N - mg = ma \rightarrow$

$$N = m(g + a) = m \left(g + \frac{(v_2 - v_1)}{t} \right).$$

По третьему

закону Ньютона $|N| = |F_g|$.

$$\text{Поэтому } F_g = m \left(g + \frac{(v_2 - v_1)}{t} \right).$$

Вычисления:

$$F_g = 50 \text{ кг} \cdot (10 \text{ м/с}^2 - 2 \text{ м/с}^2) = 400 \text{ Н}.$$

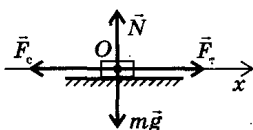
Ответ: $F_g = 400 \text{ Н}$.

6. Дано:

$$\begin{aligned}
 l &= 600 \text{ м}; \\
 F &= 147 \text{ кН} = \\
 &= 1,47 \cdot 10^5 \text{ Н}; \\
 v_1 &= 36 \text{ км/ч} = \\
 &= 10 \text{ м/с}; \\
 v_2 &= 54 \text{ км/ч} = \\
 &= 15 \text{ м/с}; \\
 m &= 1000 \text{ т} = 10^6 \text{ кг}
 \end{aligned}$$

$$F_c = ?$$

Решение:



Запишем второй закон Ньютона в проекциях сил на ось OX : $F_{\tau x} - F_{cx} = ma_x$. Так как при

выбранных направлениях оси OX и начале

координат $F_{\tau x} = F_{\tau}$, $F_{cx} = F_c$, $a_x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2l}$, то

$$F_{\tau} - F_c = m \frac{v_2^2 - v_1^2}{2l} \rightarrow F_c = F_{\tau} - m \frac{v_2^2 - v_1^2}{2l}.$$

Вычисления:

$$\begin{aligned}
 F_c &= 1,47 \cdot 10^5 \text{ Н} - \frac{10^6 \text{ кг} \cdot (225 - 100) \text{ м}^2 / \text{с}^2}{2 \cdot 600 \text{ м}} \approx \\
 &\approx 1,47 \cdot 10^5 \text{ Н} - 1,04 \cdot 10^5 \text{ Н} = 0,43 \cdot 10^5 \text{ Н} = 43 \text{ кН}.
 \end{aligned}$$

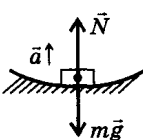
Ответ: $F_c \approx 43 \text{ кН}$.

7. Дано:

$$\begin{aligned}
 m &= 5 \text{ т} = 5 \cdot 10^3 \text{ кг}; \\
 v &= 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/с}; \\
 R &= 100 \text{ м} = 10^2 \text{ м}; \\
 g &= 10 \text{ м/с}^2
 \end{aligned}$$

$$F_g = ?$$

Решение:



Силы, действующие на автомобиль вдоль радиуса моста изображены на рисунке: \vec{N} — сила реакции моста, $m\vec{g}$ — сила тяжести. Согласно второму закону

Ньютона равнодействующая этих сил направлена вдоль центростремительного ускорения

и равна: $\frac{mv^2}{R} = -mg + N \rightarrow N = mg + \frac{mv^2}{R}$.

По третьему закону Ньютона искомая сила давления F_g равна по модулю силе реакции опоры моста N . Отсюда $F = N = mg + \frac{mv^2}{R}$.

Вычисления:

$$\begin{aligned}
 F_g &= 5 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 + \frac{5 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 4 \cdot 10^2 \text{ м}^2 / \text{с}^2}{10^2 \text{ м}} = \\
 &= 7 \cdot 10^4 \text{ Н} = 70 \text{ кН}.
 \end{aligned}$$

Ответ: $F_g = 70 \text{ кН}$.

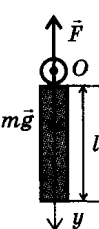
8. Дано:

$$\begin{aligned}
 l &= 1 \text{ м}; \\
 m &= 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}; \\
 v_1 &= 2 \text{ м/с}; \\
 v_2 &= 4 \text{ м/с}; \\
 g &= 10 \text{ м/с}^2
 \end{aligned}$$

$$F_1 = ?$$

$$F_2 = ?$$

Решение:



На шарик действуют две силы: сила тяжести и неизвестная сила со стороны стержня. Согласно второму

закону Ньютона $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F} \rightarrow$

$\vec{F} = m\vec{a} - m\vec{g}$, где $a = \frac{v^2}{R}$, ($R = l$). Так как

векторы $m\vec{a}$ и $m\vec{g}$ в любой момент

времени расположены на одной прямой, то и сила \vec{F} , являясь их разностью, расположена на той же прямой. Чтобы определить модуль и направление силы F при двух скоростях, найдем ее проекцию на ось OY , направленную по ускорению вниз. $F_{1y} = \frac{mv_1^2}{R} - mg$; $F_{2y} = \frac{mv_2^2}{R} - mg$.

Вычисления:

$F_{1y} = 0,1 \text{ кг} \cdot \frac{4\text{м}^2/\text{с}^2}{1\text{м}} - 0,1 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = -0,6 \text{ Н}$. Следовательно, сила F_1 направлена против оси OY вверх.

$F_{2y} = 0,1 \text{ кг} \cdot \frac{16\text{м}^2/\text{с}^2}{1\text{м}} - 0,1 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 0,6 \text{ Н}$. Следовательно, сила F_2 направлена по оси OY вниз.

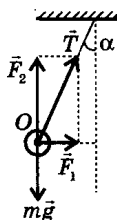
Ответ: $F_1 = 0,6 \text{ Н}$ вверх; $F_2 = 0,6 \text{ Н}$ вниз.

9. Дано:

$$\begin{aligned} R &= 98 \text{ м}; \\ \alpha &= 45^\circ; \\ m &= 10 \text{ кг}; \\ g &= 10 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= ? \\ T &= ? \end{aligned}$$

Решение:



На шар действуют силы: $m\vec{g}$ — сила тяжести, \vec{T} — сила натяжения нити. Центробежной силой для шара является проекция силы натяжения T на направление радиуса (проекция силы тяжести на это направление равна нулю).

По второму закону Ньютона $\frac{mv^2}{R} = T \sin \alpha$.

В вертикальном направлении ускорения у шара нет, поэтому $mg = T \cos \alpha$. Разделив первое уравнение на второе, получим $\frac{v^2}{Rg} = \text{tg} \alpha$, откуда

$$v = \sqrt{Rg \text{tg} \alpha}. \text{ Так как } mg = T \cos \alpha \rightarrow T = \frac{mg}{\cos \alpha}.$$

Вычисления:

$$v = \sqrt{98 \text{ м} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot \text{tg} 45^\circ} \approx 31,3 \text{ м/с};$$

$$T = \frac{10 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{\cos 45^\circ} \approx 141 \text{ Н}.$$

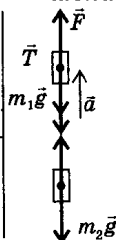
Ответ: $v \approx 31,3 \text{ м/с}$; $T \approx 141 \text{ Н}$.

10. Дано:

$$\begin{aligned} m_1 &= 2 \text{ кг}; \\ m_2 &= 4 \text{ кг}; \\ F &= 84 \text{ Н}; \\ g &= 10 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= ? \\ T &= ? \end{aligned}$$

Решение:



Второй закон Ньютона в проекциях сил на ось движения имеет вид:

$$\begin{cases} F - m_1 g - T = m_1 a & \text{для первого тела} \\ T - m_2 g = m_2 a & \text{для второго тела} \end{cases}$$

Складывая уравнения, получим:

$$F - m_1 g - m_2 g = (m_1 + m_2) a \rightarrow$$

$$a = \frac{F - g(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2}. \text{ Подставив ускорение } a \text{ во второе уравнение найдем } T:$$

$$T = m_2(g + a).$$

Вычисления:

$$a = \frac{84 \text{ Н} - 10 \text{ м/с}^2 \cdot (2 \text{ кг} + 4 \text{ кг})}{2 \text{ кг} + 4 \text{ кг}} = 4 \text{ м/с}^2; T = 4 \text{ кг} \cdot (4 \text{ м/с}^2 + 10 \text{ м/с}^2) = 56 \text{ Н}.$$

Ответ: $a = 4 \text{ м/с}^2; T = 56 \text{ Н}.$

Упражнение 7

Решение:

Располагая тело на поверхности планеты, и используя закон всемирного тяготения и второй закон Ньютона, найдем $g_{\text{пл}}$.

$$mg_{\text{пл}} = G \frac{M_{\text{пл}} m_T}{R_{\text{пл}}^2} \rightarrow g_{\text{пл}} = \frac{GM_{\text{пл}}}{R_{\text{пл}}^2}.$$

Аналогично запишем g для Земли и Луны:

$$g = G \frac{M}{R^2}; g_1 = G \frac{M_1}{R_1^2}$$

Разделим первое уравнение на второе:

$$\frac{g}{g_1} = \frac{M}{R^2} \cdot \frac{R_1^2}{M_1} = \frac{81}{(3,7)^2} \rightarrow g_1 = \frac{g \cdot (3,7)^2}{81} \approx 1,66 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Ответ: $g_1 \approx 1,66 \text{ м/с}^2$, т.е. примерно в 6 раз меньше, чем на Земле.

Решение:

Согласно закону Гука $F = k|\Delta l|$. Поскольку на брусок действует только сила Гука, то она по второму закону Ньютона равна $\vec{F} = m\vec{a}$. Отсюда $k|\Delta l| = ma \rightarrow a = \frac{k|\Delta l|}{m}$. Так как $F_1 = k|\Delta l_1|$, то

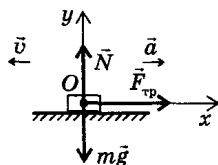
$$\text{отсюда найдем } k: k = \frac{F_1}{|\Delta l_1|}, \text{ тогда } a = \frac{F_1 \Delta l}{|\Delta l_1| \cdot m}.$$

Вычисления:

$$a = \frac{0,1 \text{ Н} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{10^{-2} \text{ м} \cdot 0,1 \text{ кг}} = 4 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a = 4 \text{ м/с}^2.$

Решение:



Направим ось Ox против движения тела с началом оси в центре тяжести тела. В этом направлении действует только одна сила $\vec{F}_{\text{тр}}$, которая по второму закону

1. Дано:

$$\frac{R}{R_1} = 3,7;$$

$$\frac{m}{m_1} = 81;$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$g_1 - ?$$

2. Дано:

$$m = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг};$$

$$\Delta l_1 = 4 \text{ см} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$\Delta l_2 = 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м};$$

$$F_1 = 0,1 \text{ Н}$$

$$a - ?$$

3. Дано:

$$v_0 = 20 \text{ м/с};$$

$$\mu = 0,8;$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$a - ?$$

$$t - ?$$

Ньютона равна $\vec{F} = m\vec{a}$. С другой стороны $F_{\text{тр}} = \mu N$. Так как в проекциях на ось OX уравнение будет иметь вид: $F_{\text{тр}} = ma$, где $F_{\text{тр}} = \mu N$, N определим из проекций сил на ось OY : $N = mg$. Поэтому $\mu mg = ma \rightarrow a = \mu g$. Поскольку конечная скорость равна нулю, то $v_0 = at \rightarrow t = \frac{v_0}{a}$.

Вычисления:

$$a = 0,8 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \approx 7,8 \text{ м/с}^2; t = \frac{20 \text{ м/с}}{7,8 \text{ м/с}^2} \approx 2,6 \text{ с.}$$

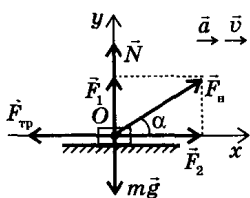
Ответ: $a \approx 7,8 \text{ м/с}^2; t \approx 2,6 \text{ с.}$

4. Дано:

$$\begin{aligned} m &= 97 \text{ кг;} \\ \alpha &= 30^\circ; \\ \mu &= 0,2; \\ g &= 10 \text{ м/с}^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{\text{н}} &- ? \\ F_{\text{т}} &- ? \end{aligned}$$

Решение:



Рассмотрим перемещение груза равномерно по поверхности.

Составим систему уравнений в проекциях всех сил на ось OX и OY по второму закону Ньютона.

Так как движение равномерное, то $a = 0$.

$$\begin{cases} F_{\text{н}} \cos \alpha - F_{\text{тр}} = 0 : OX \\ N + F_{\text{н}} \sin \alpha - mg = 0 : OY \\ F_{\text{тр}} = \mu N \end{cases}$$

Выражаем N из второго уравнения, и подставляем в формулу силы трения.

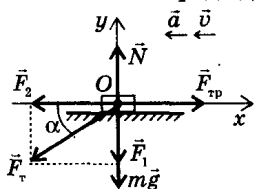
$$N = mg - F_{\text{н}} \sin \alpha, \text{ тогда;}$$

$$F_{\text{н}} \cos \alpha - \mu(mg - F_{\text{н}} \sin \alpha) = 0;$$

$$F_{\text{н}} \cos \alpha - \mu mg + \mu F_{\text{н}} \sin \alpha = 0;$$

$$F_{\text{н}} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) = \mu mg \rightarrow F_{\text{н}} = \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}.$$

Рассмотрим второй способ. Решение задачи аналогично предыдущему случаю.



$$\begin{cases} F_{\text{тр}} = F_{\text{т}} \cos \alpha : OX \\ N = F_{\text{т}} \sin \alpha + mg : OY \\ F_{\text{тр}} = \mu N \\ \mu(F_{\text{т}} \sin \alpha + mg) = F_{\text{т}} \cos \alpha; \\ \mu F_{\text{т}} \sin \alpha + \mu mg = F_{\text{т}} \cos \alpha; \end{cases}$$

$$F_{\text{т}} \cos \alpha - \mu F_{\text{т}} \sin \alpha = \mu mg \rightarrow F_{\text{т}} = \frac{\mu mg}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}.$$

Вычисления:

$$F_{\text{н}} = \frac{0,2 \cdot 97 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{0,87 + 0,2 \cdot 0,5} = 200 \text{ Н;}$$

$$F_{\text{т}} = \frac{0,2 \cdot 97 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{0,87 - 0,2 \cdot 0,5} = 252 \text{ Н.}$$

Ответ: $F_{\text{н}} = 200 \text{ Н; } F_{\text{т}} = 252 \text{ Н.}$

Упражнение 8

1. Дано:

$$\begin{aligned} m_1 &= 2 \cdot 10^4 \text{ кг}; \\ v_1 &= 0; \\ m_2 &= 3 \cdot 10^4 \text{ кг}; \\ v_2 &= 1 \text{ м/с} \end{aligned}$$

$$v - ?$$

Решение:

Так как вдоль оси OX силы не действуют (силы трения качения очень малы), то сумма проекций импульсов вагона и платформы до взаимодействия равна проекции общего импульса после их сцепки: $m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = (m_1 + m_2) v_x$;

Так как $v_{1x} = 0$, $v_{2x} = v_2$, то:
$$v_x = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Вычисления:

$$v = v_x = \frac{3 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/с}}{2 \cdot 10^4 \text{ кг} + 3 \cdot 10^4 \text{ кг}} = 0,6 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 0,6 \text{ м/с}$.

Решение:

Аналогично предыдущей задаче закон сохранения импульсов в проекциях на горизонтальную ось описывается уравнением:

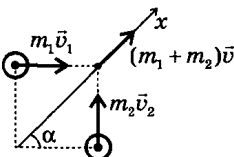
$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v \rightarrow v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Вычисления:

$$v = \frac{500 \text{ кг} \cdot 0,2 \text{ м/с}}{500 \text{ кг} + 100 \text{ кг}} \approx 0,17 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v \approx 0,17 \text{ м/с}$.

Решение:



Так как сопротивление воды очень мало, то сумма проекций импульсов на ось, направленную вдоль движения воды и человека сохраняется. Поскольку

угол между начальными импульсами равен 90° , то суммарный импульс до взаимодей-

ствия равен $\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}$, после взаимодействия $(m_1 + m_2) v$, тогда:
$$\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2} = (m_1 + m_2) v \rightarrow v = \frac{\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}}{(m_1 + m_2)}.$$

Направление v к берегу $\text{tg} \alpha = \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1}.$

Вычисления:

$$[v] = \frac{\sqrt{\text{кг}^2 \frac{\text{М}^2}{\text{М}^2} + \text{кг}^2 \frac{\text{М}^2}{\text{с}^2}}}{\text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{М}}{\text{с}}}{\text{кг}} = \text{м/с};$$

3. Дано:

$$\begin{aligned} m_1 &= 100 \text{ кг}; \\ v_1 &= 1 \text{ м/с}; \\ m_2 &= 50 \text{ кг}; \\ v_2 &= 1,5 \text{ м/с} \end{aligned}$$

$$v - ?$$

$$v = \frac{\sqrt{10^4 + 0,5625 \cdot 10^4}}{100 + 50} = \frac{125}{150} = \frac{5}{6} \approx 0,83 \text{ (м/с);}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{50 \cdot 1,5}{100 \cdot 1} = \frac{75}{100} = 0,75; \alpha \approx 36^\circ.$$

Ответ: $v \approx 0,83 \text{ м/с; } \alpha \approx 36^\circ.$

4. Если частицы газа получают некоторый импульс относительно ракеты, то в соответствии с законом сохранения импульса ракета получает такой же импульс, но направленный в противоположную сторону, поэтому скорость ракеты увеличивается.

5. Дано:

$$\begin{aligned} m &= 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг;} \\ \Delta v &= 300 \text{ м/с} = \\ &= 3 \cdot 10^2 \text{ м/с;} \\ t &= 1 \text{ мин} = 60 \text{ с;} \\ N &= 300 \end{aligned}$$

$F - ?$

Решение:

Изменение импульса пули равно импульсу силы, действующей на нее. Поэтому:

$$Nm\Delta v = F\Delta t \rightarrow F = \frac{Nm\Delta v}{\Delta t}.$$

Вычисления:

$$F = \frac{300 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot 300 \text{ м/с}}{60 \text{ с}} = 15 \text{ Н.}$$

Ответ: $F = 15 \text{ Н.}$

6. Дано:

$$\begin{aligned} m_1 &= 70 \text{ кг;} \\ v_1 &= 0; \\ m_2 &= 35 \text{ г} = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ кг;} \\ v_2 &= 3,2 \cdot 10^2 \text{ м/с;} \\ \alpha &= 60^\circ \end{aligned}$$

$v - ?$

Решение:

Систему взаимодействующих тел можно считать замкнутой в направлении движения лодки, т.к.

сопротивление воды незначительно. Запишем закон сохранения импульса. До выстрела импульс человека и дроби равен нулю, т.к. их скорости равны нулю. После выстрела $m_1\vec{v} + m_2\vec{v}_2$. Поэтому:

$$0 = m_2 v_2 \cos \alpha - m_1 v \rightarrow v = \frac{m_2 v_2 \cos \alpha}{m_1}.$$

Вычисления:

$$v = \frac{3,5 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot 3,2 \cdot 10^2 \text{ м/с}}{70 \text{ кг}} = 0,08 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v = 0,08 \text{ м/с.}$

7. Дано:

$$\begin{aligned} m &= 300 \text{ кг} = 3 \cdot 10^2 \text{ кг;} \\ m_1 &= 30 \text{ кг;} \\ v_1 &= 200 \text{ м/с} = \\ &= 2 \cdot 10^2 \text{ м/с;} \\ \alpha &= 60^\circ \end{aligned}$$

$v - ?$

Решение:

$$0 = m_1 v_1 \cos \alpha - mv \text{ (смотреть выше);}$$

$$m_1 v_1 \cos \alpha = mv \rightarrow v = \frac{m_1 v_1 \cos \alpha}{m}.$$

Вычисления:

$$v = \frac{30 \text{ кг} \cdot 2 \cdot 10^2 \text{ м/с} \cdot 0,5}{3 \cdot 10^2 \text{ кг}} = 10 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v = 10 \text{ м/с.}$

Упражнение 9

1. При сгорании керосина на десятом этаже, получена та же энергия, что и при сжигании его на первом этаже. Потенциальная энергия керосина, поднятого на десятый этаж, превратится в потенциальную энергию продуктов сгорания.

Потенциальная энергия молекул продуктов сгорания равна потенциальной энергии керосина до сгорания.

2. Дано:

$$\begin{aligned} F &= 3 \text{ Н}; \\ P &= 1 \text{ Н}; \\ h &= 5 \text{ м} \end{aligned}$$

$A = ?$

Решение:

По определению $A = F|\Delta\vec{r}|\cos\alpha$, где $\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$, $|\Delta\vec{r}| = h$, тогда: $A = F \cdot h = 3 \text{ Н} \cdot 5 \text{ м} = 15 \text{ Дж}$.

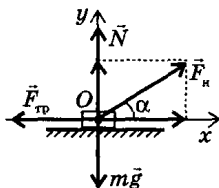
Ответ: $A = 15 \text{ Дж}$.

3. Дано:

$$\begin{aligned} m &= 97 \text{ кг}; \\ v &= \text{const}; \\ \alpha &= 30^\circ; \\ \mu &= 0,2; \\ S &= 100 \text{ м}; \\ g &= 10 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$

$A = ?$

Решение:



$A = F|\Delta\vec{r}|\cos\alpha$, где $F = F_n$, $|\Delta\vec{r}| = S$; $A = F_n S \cos\alpha$.

Для определения F_n используем второй закон Ньютона. Составим и решим систему уравнений проекций сил на ось OX и OY .

$$\begin{cases} F_n \cos\alpha - F_{\text{тр}} = 0 : OX \\ N + F_n \sin\alpha - mg = 0 : OY \\ F_{\text{тр}} = \mu N \end{cases}$$

$N = mg - F_n \sin\alpha$, тогда; $F_n \cos\alpha = \mu(mg - F_n \sin\alpha) \rightarrow$

$$F_n = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu \sin\alpha}; \quad A = \frac{\mu mg \cdot S \cdot \cos\alpha}{\cos\alpha + \mu \sin\alpha}$$

Вычисления:

$$A = \frac{0,2 \cdot 97 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 10^2 \text{ м} \cdot 0,87}{0,87 + 0,2 \cdot 0,5} =$$

$= 17400 \text{ Дж} = 17,4 \text{ кДж}$. Ответ: $A = 17,4 \text{ кДж}$.

4. Дано:

$$\begin{aligned} \Delta l &= 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}; \\ \Delta l_1 &= 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}; \\ F_1 &= 1000 \text{ Н} = 10^3 \text{ Н} \end{aligned}$$

$A = ?$

Решение:

Потенциальная энергия упруго деформированного тела равна: $E_p = \frac{k\Delta l^2}{2}$.

При сжатии пружины изменение потенциальной энергии тела равно работе силы сжатия: $A = \frac{k\Delta l^2}{2}$, где $k = \frac{F_1}{\Delta l_1}$; $A = \frac{F_1 \cdot \Delta l^2}{2\Delta l_1}$.

Вычисления:

$$A = \frac{10^3 \text{ Н} \cdot 10^{-2} \text{ м}^2}{2 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 500 \text{ Дж}$$

Ответ: $A = 500 \text{ Дж}$.

5. Дано:

$$\begin{aligned}m &= 20000 \text{ кг} = \\ &= 2 \cdot 10^4 \text{ кг}; \\ \Delta l &= 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}; \\ \Delta l_1 &= 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}; \\ F_1 &= 10000 \text{ Н} = \\ &= 10^4 \text{ Н}; \\ N &= 2\end{aligned}$$

$v - ?$

Решение:

В замкнутой системе, в которой действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется. Изменение кинетической энергии равно суммарной работе сил, действующих на тело:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

С другой стороны изменение потенциальной энергии упруго деформированного тела

равно $A = \frac{k\Delta l^2}{2}$, где $k = \frac{k_1}{2}$ (k — коэффициент упругости двух одинаковых последовательно соединенных пружин), $k_1 = \frac{F_1}{\Delta l_1}$, $\Delta l_1 = 2\Delta l$.

Так как $v_2 = 0$, то $A = \frac{mv_1^2}{2}$, где $m_1 = 2$;

Тогда $\frac{2mv^2}{2} = \frac{F_1 \cdot (2\Delta l)^2}{\Delta l_1 \cdot 2}$, откуда:

$$v = \sqrt{\frac{F_1 \cdot (2\Delta l)^2}{2m\Delta l_1}} = 2\Delta l \sqrt{\frac{F_1}{2m\Delta l_1}}.$$

Вычисления:

$$v = 2 \cdot 0,1 \cdot \sqrt{\frac{10^4}{2 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 10^{-2}}} = 1 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: $v = 1$ м/с.

6. Дано:

$$\begin{aligned}m_1 &= 500 \text{ г} = 0,5 \text{ кг}; \\ v_1 &= 10 \text{ м/с}; \\ m_2 &= 200 \text{ г} = 0,2 \text{ кг}\end{aligned}$$

$W_k - ?$

Решение:

Так как удар неупругий, то кинетическая энергия шаров после удара равна:

$$W_k = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}.$$

Скорость v шаров после удара найдем из закона сохранения импульса:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)v \rightarrow v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2};$$

$$W_k = \frac{(m_1 + m_2)(m_1 v_1)^2}{2(m_1 + m_2)^2} = \frac{m_1^2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

Вычисления:

$$W_k = \frac{(0,5 \text{ кг})^2 \cdot 100 \text{ м}^2 / \text{с}^2}{2 \cdot 0,7 \text{ кг}} = 18 \text{ Дж}.$$

Ответ: $W_k = 18$ Дж.

7. Дано:

$$m = 1 \text{ т} = 10^3 \text{ кг};$$

$$v_0 = 0 \text{ м/с};$$

$$S = 20 \text{ м};$$

$$t = 2 \text{ с}$$

N — ?

Решение:

$$\text{Мощность } N = \frac{A}{\Delta t}, \text{ где } A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \text{ т.к.}$$

$$v_2 = v, v_1 = 0, \text{ то } A = \frac{mv^2}{2}, \text{ тогда } N = \frac{mv^2}{2t}.$$

v можно определить из кинематической формулы $S = \frac{(v+v_0)}{2}t$, т.к. $v_0 = 0$, то $v = \frac{2S}{t}$.

Окончательно получим: $N = \frac{4mS^2}{2t^3}$. Это так называемая средняя мощность. Мощность в конце движения $N = \frac{4mS^2}{t^3}$ в два раза больше.

Вычисления:

$$N = \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 20^2}{8} = 200 \cdot 10^3 \text{ (Вт)}.$$

Ответ: $N = 200 \text{ кВт}$.

8. Дано:

$$m_1 = 1 \text{ кг};$$

$$h = 1 \text{ м};$$

$$m_2 = 0,5 \text{ кг};$$

$$v_1 = 2,5 \text{ м/с};$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

W_1 — ?

W_2 — ?

Решение:

$$W_1 = mgh_1 = 1 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 1 \text{ м} = 10 \text{ Дж};$$

$$W_2 = \frac{mv^2}{2} = \frac{0,5 \text{ кг} \cdot 6,25 \text{ м}^2/\text{с}^2}{2} = 1,56 \text{ Дж};$$

$$W_1 > W_2.$$

Ответ: брусок обладает большей энергией.

9. Дано:

$$v_0 = 4,9 \text{ м/с};$$

$$W_k = W_p;$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

h — ?

Решение:

Полная энергия тела брошенного вертикально вверх равна: $W = \frac{mv_0^2}{2}$.

На высоте h : $\frac{mv^2}{2} + mgh = W$, т.к. $\frac{mv^2}{2} = mgh$,

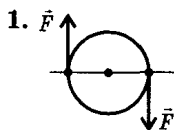
$$\text{то } W = 2mgh = \frac{mv_0^2}{2} \rightarrow h = \frac{v_0^2}{4g}.$$

Вычисления:

$$h = \frac{4,9^2 \text{ м}^2/\text{с}^2}{4 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 0,6 \text{ м}.$$

Ответ: $h = 0,6 \text{ м}$.

Упражнение 10

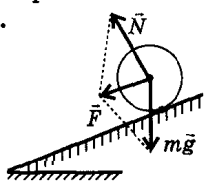


Рассмотрим вращение ротора электродвигателя или цилиндра в электроизмерительном приборе (см. рис.). Сумма пары сил, действующих в противоположные стороны равна нулю, но тело не находится в равновесии, оно вращает-

ся. Что касается моментов сил, то они оба направлены в одну сторону, т. е. оба условия равновесия здесь не выполняются.

2. Пружинными весами взвешивать грузы, вес которых значительно выходит за пределы шкалы нельзя, так как при значительных нагрузках пружина потеряет свои упругие свойства и показания весов будут неправильными.

3. Из рисунка видно, что равнодействующая сила $\vec{F} = \vec{N} + m\vec{g}$ не равна нулю (силой трения качения можно пренебречь). Это значит, что не выполняется первое условие равновесия $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$. Из рисунка также видно, что нарушается и второе условие равновесия: $\sum \vec{M} = 0$. Поэтому мяч не находится в покое на наклонной плоскости.



4. Дано:

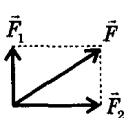
$$F_1 = F_2 = 500 \text{ Н} =$$

$$= 5 \cdot 10^2 \text{ Н};$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$F - ?$$

Решение:



Модуль результирующей силы можно найти по теореме Пифагора:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{500^2 \text{ Н}^2 + 500^2 \text{ Н}^2} \approx 700 \text{ Н}.$$

Ответ: $F \approx 700 \text{ Н}$.

5. Дано:

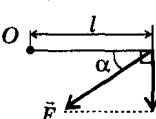
$$d = l = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м};$$

$$F = 50 \text{ Н};$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$M - ?$$

Решение:



Модуль момента силы по определению равен: $|M| = F_1 d$, где $F_1 = F \cdot \cos(90^\circ - \alpha)$; $M = F \cdot \cos(90^\circ - \alpha) \cdot d$.

Вычисления:

$$M = 50 \text{ Н} \cdot 0,87 \cdot 0,2 \text{ м} \approx 8,7 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Ответ: $M \approx 8,7 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

6. Дано:

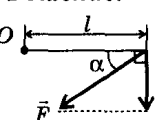
$$F = 4 \text{ Н};$$

$$\alpha = 60^\circ;$$

$$M = 3,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$l - ?$$

Решение:



Аналогично предыдущей задаче, имеем: $M = F \cdot \cos(90^\circ - \alpha) \cdot l \rightarrow l$;

$$l = \frac{M}{F \cos(90^\circ - \alpha)}.$$

$$\text{Вычисления: } l = \frac{3,5 \text{ Н} \cdot \text{м}}{4 \text{ Н} \cdot \cos 30^\circ} = \frac{3,5 \text{ Н} \cdot \text{м}}{4 \text{ Н} \cdot 0,87} \approx 1 \text{ м}.$$

Ответ: $l = 1 \text{ м}$.

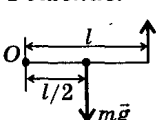
7. Дано:

$$m = 14 \text{ кг};$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$F - ?$$

Решение:



В задаче имеется в виду то, что труба однородная. Значит ее центр тяжести находится посередине. Запишем второе условие, необходимое для равновесия твердого тела: $M_1 + M_2 = 0$. Учитывая знаки, запишем

моменты сил: $M_1 = Fl$; $M_2 = -mg \frac{l}{2}$;

Теперь правило моментов сил запишется так:

$$Fl - mg \frac{l}{2} = 0 \rightarrow F = \frac{mg}{2} = \frac{14 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{2} = 70 \text{ Н.}$$

Ответ: $F = 70 \text{ Н.}$

8. Дано:

$$m = 60 \text{ кг};$$

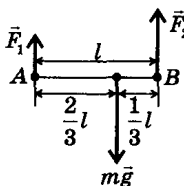
$$l = \frac{2}{3} l$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$F_1 - ?$$

$$F_2 - ?$$

Решение:



Так как при равновесии твердого тела сумма моментов всех внешних сил, действующих на него относительно любой оси, равна нулю, то выберем оси вращения в точках А и В. Запишем второе

условие равновесия твердого тела:

$$\text{А: } F_2 l + mg \frac{2}{3} l = 0;$$

$$\text{В: } F_1 l + mg \frac{1}{3} l = 0;$$

Учитывая знаки уравнения имеют вид:

$$\text{А: } F_2 l - mg \frac{2}{3} l = 0 \rightarrow F_2 = \frac{2}{3} mg;$$

$$\text{В: } F_1 l - mg \frac{1}{3} l = 0 \rightarrow F_1 = \frac{1}{3} mg.$$

Вычисления:

$$F_1 = \frac{1}{3} \cdot 60 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 200 \text{ Н};$$

$$F_2 = \frac{2}{3} \cdot 60 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 400 \text{ Н.}$$

Ответ: $F_1 = 200 \text{ Н}; F_2 = 400 \text{ Н.}$

Упражнение 11

1. Дано:

$$V = 0,02 \text{ см}^3 =$$

$$= 2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3;$$

$$d = 1,7 \cdot 10^{-7} \text{ см} =$$

$$= 1,7 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$S - ?$$

Решение:

Объем V слоя масла равен произведению площади его поверхности S на толщину d слоя, т. е. $V = Sd \rightarrow S = V/d$ (см. d на стр.154 §58).

Вычисления:

$$S = \frac{2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3}{1,7 \cdot 10^{-9} \text{ м}} = 12 \text{ м}^2.$$

Ответ: не более 12 м^2 .

2. Относительная атомная масса водорода равна 1,00797. Следовательно, относительная молярная масса водорода равна: $M_r = 2 \cdot 1,00797 = 2,01594 \approx 2$; Молярная масса водорода: $M \approx 10^{-3} \cdot 2 \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \approx 0,002 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Для гелия: $M_r = 4,0026 \approx 4$; $M \approx 10^{-3} \cdot 4 \frac{\text{кг}}{\text{моль}} = 0,004 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Ответ: $M(\text{H}_2) = 0,002 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$; $M(\text{He}) = 0,004 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

3. Дано:

$$\begin{array}{l} m_1 = 12 \text{ кг;} \\ m_2 = 16 \text{ кг} \end{array}$$

$$\frac{N_1}{N_2} = ?$$

Решение:

Так как количество вещества $\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$,

то отсюда $N = \frac{m \cdot N_A}{M}$; тогда $N_1 = \frac{m_1 \cdot N_A}{M_1}$.

$$N_2 = \frac{m_2 \cdot N_A}{M_2}; \quad \frac{N_1}{N_2} = \frac{m_1 \cdot N_A \cdot M_2}{M_1 \cdot m_2 \cdot N_A} = \frac{m_1 \cdot M_2}{M_1 \cdot m_2};$$

$$M_{r1} = 12,01115 \approx 12; \quad M_1 = 12 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}};$$

$$M_{r2} = 2 \cdot 15,9994 \approx 32; \quad M_2 = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}};$$

Вычисления:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{12 \text{ кг} \cdot 32 \cdot 10^3 \text{ кг/моль}}{16 \text{ кг} \cdot 12 \cdot 10^3 \text{ кг/моль}} = 2.$$

Ответ: В два раза.

4. Дано:

$$m = 1 \text{ г} = 10^{-3} \text{ кг}$$

$$\nu = ?$$

Решение:

$\nu = \frac{m}{M}$, где M — молярная масса воды (см. решение задачи 1 стр. 172.); $M = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$;

$$\nu = \frac{10^{-3} \text{ кг}}{18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} \approx 0,056 \text{ моль.}$$

Ответ: $\nu \approx 0,056$ моль.

5. Дано:

$$\begin{array}{l} m = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг;} \\ N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \end{array}$$

$$N = ?$$

Решение:

$$N = \frac{m N_A}{M}, \text{ где } M = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

(см. решение задачи 3.).

Вычисления:

$$N = \frac{10^{-2} \text{ кг} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}}{32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} \approx 1,88 \cdot 10^{23}.$$

Ответ: $N \approx 1,88 \cdot 10^{23}$.

6. Дано:

$$M = 0,028 \frac{\text{кг}}{\text{моль}};$$

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

$$m = ?$$

Решение:

Так как в одном моле азота находится число Авогадро частиц, то:

$$m = \frac{M}{N_A} = \frac{0,028 \text{ кг/моль}}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} \approx 0,00465 \cdot 10^{-23} \approx 4,65 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

Ответ: $m \approx 4,65 \cdot 10^{-26}$ кг.

7. Дано:

$$V = 1 \text{ м}^3;$$

$$M = 0,0635 \frac{\text{кг}}{\text{моль}} = 6,35 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}};$$

$$\rho = 9000 \text{ кг/м}^3 =$$

$$= 9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

$$N - ?$$

Решение:

$$N = \frac{mN_A}{M}, \text{ где } m = \rho V; N = \frac{\rho V N_A}{M}.$$

Вычисления:

$$N = \frac{9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 1 \text{ м}^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}}{6,35 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{моль}^{-1}} \approx 8,5 \cdot 10^{28}.$$

Ответ: $N \approx 8,5 \cdot 10^{28}$.

8. Дано:

$$\rho = 3500 \text{ кг/м}^3 =$$

$$3,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$N = 10^{22};$$

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

$$V - ?$$

Решение:

$$N = \frac{\rho V N_A}{M} \rightarrow V = \frac{NM}{\rho N_A} \text{ (см. предыдущую задачу);}$$

Поскольку алмаз состоит из атомов углерода, то молярная масса углерода $M = 12 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$;

Вычисления:

$$V = \frac{10^{22} \cdot 12 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{моль}^{-1}}{3,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} \approx 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3.$$

Ответ: $V \approx 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3$.

9. Дано:

$$\frac{n_2}{n_1} = 3;$$

$$\frac{\bar{v}_1}{\bar{v}_2} = 3$$

$$\frac{p_2}{p_1} - ?$$

Решение:

Запишем основное уравнение МКТ:

$$p = \frac{1}{3} n_0 m \bar{v}^2. \text{ Тогда } p_2 = \frac{1}{3} n_0 n_2 \bar{v}_2^2; p_1 = \frac{1}{3} n_0 n_1 \bar{v}_1^2;$$

Разделив первое уравнение на второе, получим:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1 \bar{v}_1^2}{n_2 \bar{v}_2^2} = 3 \rightarrow p_2 = \frac{p_1}{3}, \text{ т. е. } \frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{3} \text{ — давление}$$

уменьшится в 3 раза.

Ответ: давление уменьшится в 3 раза.

10. Дано:

$$\bar{v}^2 = 10^6 \text{ м}^2/\text{с}^2;$$

$$n = 3 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3};$$

$$m_0 = 5 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$$

$$p - ?$$

Решение:

Давление под которым находится газ в сосуде найдем по формуле основного уравнения МКТ:

$$p = \frac{1}{3} n_0 m \bar{v}^2 = \frac{5 \cdot 10^{-26} \text{ кг} \cdot 3 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3} \cdot 10^6 \text{ м}^2/\text{с}^2}{3} =$$

$$= 5 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Ответ: $p = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

11. Дано:

$$V = 1,2 \text{ л} =$$

$$= 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3;$$

$$N = 3 \cdot 10^{22};$$

$$p = 10^5 \text{ Па}$$

$$\bar{E} - ?$$

Решение:

Из формулы связи давления со средней кинетической энергией молекул, имеем: $p = \frac{2}{3} n \bar{E}$,

$$\text{где } n = \frac{N}{V}, \text{ тогда: } p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \bar{E} \rightarrow \bar{E} = \frac{3pV}{2N}.$$

Вычисления:

$$\bar{E} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ Н/м} \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{2 \cdot 3 \cdot 10^{22}} = 6 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.}$$

Ответ: $\bar{E} = 6 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.}$

12. Дано:

$$\begin{aligned} m &= 6 \text{ кг;} \\ V &= 4,9 \text{ м}^3; \\ p &= 200 \text{ кПа} = \\ &= 2 \cdot 10^5 \text{ Па} \end{aligned}$$

$$\bar{v}^2 - ?$$

Решение:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \bar{v}^2 = \frac{1}{3} \frac{m_0 N}{V} \bar{v}^2 = \frac{1}{3} \frac{m \bar{v}^2}{V},$$

где $m = m_0 N$;

$$\text{Отсюда } \bar{v}^2 = \frac{3pV}{m}.$$

Вычисления:

$$\bar{v}^2 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2 \cdot 4,9 \text{ м}^3}{6 \text{ кг}} = 4,9 \cdot 10^5 \text{ м}^2/\text{с}^2.$$

Ответ: $\bar{v}^2 = 4,9 \cdot 10^5 \text{ м}^2/\text{с}^2.$

Упражнение 12

1. Так как температура увеличена в два раза, то соответственно и значение $\theta (\theta = kT)$ увеличится в два раза, и тогда k будет равно $2,75 \cdot 10^{-3} \text{ Дж/К.}$

2. Дано:

$$\begin{aligned} t &= 17^\circ\text{C}; T = 290 \text{ К;} \\ k &= 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \end{aligned}$$

$$\bar{E} - ?$$

Решение:

Средняя кинетическая энергия хаотического поступательного движения молекул равна:

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \cdot 290 \text{ К} \approx \\ &\approx 6 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.} \end{aligned}$$

Ответ: $\bar{E} \approx 6 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.}$

3. Дано:

$$\begin{aligned} p &= 1,3 \cdot 10^{-10} \text{ Па;} \\ V &= 1 \text{ см}^3 = 10^{-6} \text{ м}^3; \\ t &= 27^\circ\text{C}; T = 300 \text{ К;} \\ k &= 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \end{aligned}$$

$$N - ?$$

Решение:

Запишем выражение, показывающее зависимость давления газа от концентрации и температуры: $p = nkT$, учитывая, что $n = N/V$, получим:

$$p = \frac{N}{V} kT \rightarrow N = \frac{pV}{kT}.$$

Вычисления:

$$[N] = \frac{\text{Н/м}^2 \cdot \text{м}^3}{\text{Дж/К} \cdot \text{К}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Дж}} = 1;$$

$$\{N\} = \frac{1,3 \cdot 10^{-10} \cdot 10^{-6}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} \approx 3,14 \cdot 10^4.$$

Ответ: $N \approx 3,14 \cdot 10^4.$

4. Дано:

$$V_1 = 50 \text{ м}^3;$$

$$p = 10^5 \text{ Па};$$

$$t = 20^\circ\text{C}; T = 293 \text{ К};$$

$$V_2 = 200 \text{ см}^3 =$$

$$= 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3;$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К};$$

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1};$$

$$M = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}};$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$N_1 - ?$$

$$N_2 - ?$$

Решение:

1) Найдем число молекул в комнате:

$$p = n_1 k T_1 = \frac{N_1}{V_1} k T_1 \rightarrow N_1 = \frac{p V_1}{k T_1};$$

2) Определим число молекул в воде:

$$\frac{N_2}{N_A} = \frac{m}{M} = \frac{\rho V}{M} \rightarrow N_2 = \frac{\rho V N_A}{M}.$$

Вычисления:

$$N_1 = \frac{10^5 \text{ Н/м}^2 \cdot 50 \text{ м}^3}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \cdot 293 \text{ К}} \approx 1,2 \cdot 10^{27};$$

$$N_2 = \frac{10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}}{18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} \approx$$

$$\approx 0,7 \cdot 10^{25}.$$

Ответ: $N_1 \approx 1,2 \cdot 10^{27}$; $N_2 \approx 0,7 \cdot 10^{25}$.

5. Дано:

$$t = 100^\circ\text{C}; T = 373 \text{ К};$$

$$\bar{v} = 540 \text{ м/с};$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$$

$$m_0 - ?$$

Решение:

По определению средняя квадратичная

скорость равна: $\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \rightarrow m_0 = \frac{3kT}{\bar{v}^2}$

$$[m_0] = \frac{\text{Дж/К} \cdot \text{К}}{\text{м}^2/\text{с}^2} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}^2}{\text{м}^2} =$$
$$= \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{м}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} = \text{кг}$$

Вычисления:

$$\{m_0\} = \frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 373}{540^2} \approx 5,3 \cdot 10^{-26}.$$

Ответ: $m_0 \approx 5,3 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$.

6. Дано:

$$t_1 = 37^\circ\text{C}; T = 310 \text{ К};$$

$$t = 40^\circ\text{C}; T = 313 \text{ К};$$

$$M = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}};$$

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1};$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$$

$$\eta - ?$$

Решение:

Соотношение между температурой и средней кинетической энергией (соответственно и средней квадратичной скоростью) поступательного движения молекул справедливо

и для жидкостей. Поэтому $\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$.

Отсюда $\bar{v}_1 = \sqrt{\frac{3kT_1}{m_0}}$; $\bar{v}_2 = \sqrt{\frac{3kT_2}{m_0}}$, где $m_0 = \frac{M}{N_A}$.

Тогда: $\bar{v}_1 = \sqrt{\frac{3kT_1 N_A}{M}}$; $\bar{v}_2 = \sqrt{\frac{3kT_2 N_A}{M}}$;

$$\eta = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{\bar{v}_1} \cdot 100\%.$$

Вычисления:

$$|\bar{v}| = \sqrt{\frac{\text{Дж} / \text{кг} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}^{-1}}{\text{кг} \cdot \text{моль}^{-1}}} = \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$\{\bar{v}_1\} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 310 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{18 \cdot 10^{-3}}} \approx 655;$$

$$\{\bar{v}_2\} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 313 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{18 \cdot 10^{-3}}} \approx 658;$$

$$\eta = \frac{(658 - 655) \text{ м/с}}{655 \text{ м/с}} \cdot 100\% \approx 0,5\%.$$

Ответ: $\eta \approx 0,5\%$.

Упражнение 13

1. Дано:

$$\begin{aligned} T &= \text{const}; \\ V_1 &= 8 \text{ л}; \\ V_2 &= 6 \text{ л}; \\ \Delta p &= 4 \text{ кПа} \end{aligned}$$

$$p_1 - ?$$

Решение:

Используем закон Бойля–Мариотта.

$$p_1 V_1 = p_2 V_2, \text{ где } p_2 = p_1 + \Delta p;$$

$$\text{Отсюда } p_1 V_1 = (p_1 + \Delta p) V_2 = p_1 V_2 + \Delta p V_2;$$

$$p_1 V_1 - p_1 V_2 = \Delta p V_2; p_1 (V_1 - V_2) = \Delta p V_2 \rightarrow p_1;$$

$$p_1 = \frac{\Delta p \cdot V_2}{V_1 - V_2}.$$

$$\text{Вычисления: } p_1 = \frac{4 \text{ кПа} \cdot 6 \text{ л}}{2 \text{ л}} = 12 \text{ кПа}.$$

Ответ: $p_1 = 12 \text{ кПа}$.

2. Дано:

$$\begin{aligned} V &= 100 \text{ л} = 0,1 \text{ м}^3; \\ t &= 1 \text{ с}; \\ V_1 &= 100 \text{ см}^3 = 10^{-4} \text{ м}^3; \\ p_1 &= 5 \text{ МПа} = \\ &= 5 \cdot 10^6 \text{ Па}; \\ p_0 &= 100 \text{ кПа} = 10^5 \text{ Па} \end{aligned}$$

$$N - ?$$

Решение:

За короткий промежуток времени температура воздуха изменится незначительно, поэтому можно считать, что температура постоянная и процесс изотермический. Запишем закон Бойля–Мариотта, учитывая данные условия

$$\text{задачи: } p_0 V = N p_1 V_1 \rightarrow N = \frac{p_0 V}{p_1 V_1}.$$

$$\text{Вычисления: } N = \frac{10^5 \text{ Па} \cdot 0,1 \text{ м}^3}{5 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 10^{-4} \text{ м}^3} = 20.$$

Ответ: $N = 20$.

3. Дано:

$$\begin{aligned} m &= 2 \text{ г} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}; \\ t &= 0^\circ \text{C}; T = 273 \text{ К}; \\ M &= 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль} \end{aligned}$$

$$p(V) - ?$$

$$V(T) - ?$$

$$p(T) - ?$$

Решение:

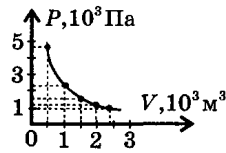
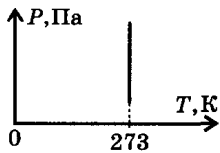
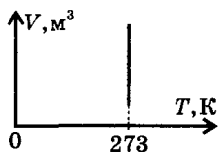
В координатах p, V изотерма представляет собой гиперболу $pV = \text{const} \rightarrow p = \frac{\text{const}}{V}$;

Из уравнения Менделеева–Клапейрона:

$$p = \frac{m}{M} RT \cdot \frac{1}{V}, \text{ const} = \frac{m}{M} RT \approx 2,3 \cdot 10^3 (\text{Дж});$$

$$\text{Поэтому } p = \frac{2,3 \cdot 10^3}{V}.$$

$p, 10^3 \text{ Па}$	4,6	2,3	1,53	1,15	1
$V, 10^3 \text{ м}^3$	0,5	1	1,5	2	2,3



4. Дано:

$$V = \text{const};$$

$$\Delta T = 1 \text{ К};$$

$$\Delta p = 0,004 p_1$$

$$T_1 - ?$$

Решение:

Так как $V = \text{const}$, то применим закон Шарля:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \text{ где } p_2 = p_1 + \Delta p, \text{ а } T_2 = T_1 + \Delta T;$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_1 + 0,004 p_1}{T_1 + \Delta T}; \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_1 \cdot 1,004}{T_1 + \Delta T};$$

$$T_1 + \Delta T = 1,004 T_1; \quad \Delta T = T_1 \cdot 0,004 \rightarrow$$

$$T_1 = \frac{\Delta T}{0,004} = \frac{1 \text{ К}}{0,004} = 250 \text{ К}.$$

Ответ: $T_1 = 250 \text{ К}$.

5. В виду того, что масса газа в двух состояниях не изменяется, можно применить уравнение Клапейрона: $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$. Из этого уравнения видно,

что если во втором состоянии давление уменьшится, а температура увеличится, то необходимо, чтобы объем V_2 увеличивался.

6. Дано:

$$\nu = 1 \text{ моль};$$

$$p_0 = 1,01325 \text{ Па};$$

$$T_0 = 273 \text{ К};$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$$

$$V_0 - ?$$

Решение:

Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона для состояния идеального газа при нормальных условиях: $p_0 V_0 = \nu R T_0 \rightarrow V_0 = \frac{\nu R T_0}{p_0}$.

Вычисления:

$$V_0 = \frac{1 \text{ моль} \cdot 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль} \cdot 273 \text{ К}}{1,01325 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2} \approx$$

$$\approx 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Ответ: $V_0 \approx 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

7. Дано:

$$t = 20^\circ \text{С}; \quad T = 293 \text{ К};$$

$$p_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$M = 0,0029 \text{ кг/моль};$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$$

$$m - ?$$

Решение:

Допустим площадь класса равна 20 м^2 , а его высота $h = 2,5 \text{ м}$. Тогда объем класса получится равным $V = Sh = 20 \text{ м}^2 \cdot 2,5 \text{ м} = 50 \text{ м}^3$; Согласно уравнению Менделеева–Клапейрона

$$p_0 V = \frac{m}{M} R T, \rightarrow m = \frac{p_0 V M}{R T}.$$

Вычисления:

$$[m] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{моль}^{-1}}{\text{Дж} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Дж}} \cdot \text{кг} = \text{кг};$$

$$\{m\} = \frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 50 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 293} \approx 60.$$

Ответ: $m \approx 60$ кг.

8. Дано:

$$p = 1,01325 \text{ Па};$$

$$t = 10^\circ\text{C}; T = 283 \text{ К};$$

$$\rho = 2,5 \text{ кг/м}^3;$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$$

$$M - ?$$

Решение:

Из уравнения Менделеева–Клапейрона имеем:

$$pV = \frac{m}{M}RT \rightarrow M = \frac{mRT}{pV},$$

$$\text{т.к. } \frac{m}{V} = \rho, \text{ то: } M = \frac{\rho RT}{p}.$$

Вычисления:

$$[M] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} \cdot \frac{\text{К} \cdot \text{м}^2}{\text{Н}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{моль} \cdot \text{Н}} = \frac{\text{кг}}{\text{моль}};$$

$$\{M\} = \frac{2,5 \cdot 8,31 \cdot 283}{1,01325 \cdot 10^5} \approx 58 \cdot 10^{-3}.$$

$$\text{Ответ: } M \approx 58 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

9. Дано:

$$V_1 = 0,03 \text{ м}^3;$$

$$p_1 = 1,35 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$t_1 = 455^\circ\text{C}; T_1 = 728 \text{ К};$$

$$p_2 = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$T_2 = 273 \text{ К};$$

$$m = \text{const}$$

$$V_2 - ?$$

Решение:

Запишем уравнение газового состояния:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{T_1 p_2}.$$

Вычисления:

$$V_2 = \frac{1,35 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 \cdot 273 \text{ К}}{728 \text{ К} \cdot 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}} \approx 0,15 \text{ м}^3.$$

$$\text{Ответ: } V_2 \approx 0,15 \text{ м}^3.$$

10. Дано:

$$h = 7134 \text{ м};$$

$$p_1 = 3,8 \cdot 10^4 \text{ Па};$$

$$t = 0^\circ\text{C}; T = 273 \text{ К};$$

$$\rho_2 = 1,29 \text{ кг/м}^3;$$

$$p_2 = 10^5 \text{ Па}$$

$$\rho_1 - ?$$

Решение:

Для данной массы газа при $T = \text{const}$ по закону Бойля–Мариотта: $p_1 V_1 = p_2 V_2$, где $V_1 = \frac{m}{\rho_1}$;

$$V_2 = \frac{m}{\rho_2}; p_1 \frac{m}{\rho_1} = p_2 \frac{m}{\rho_2} \rightarrow \rho_1 = \frac{p_1 \rho_2}{p_2}.$$

Вычисления:

$$\rho_1 = \frac{3,8 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot 1,29 \text{ кг/м}^3}{10^5 \text{ Па}} \approx 0,49 \text{ кг/м}^3.$$

$$\text{Ответ: } \rho_1 \approx 0,49 \text{ кг/м}^3.$$

11. Рассмотрим изменение трех величин (p , V и T) на каждом из этапов графика.

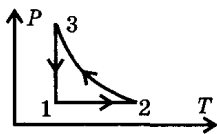
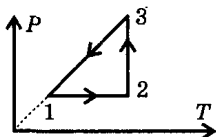
Этап 1-2: T — растёт, V — растёт ($\sim T$), $p = \text{const}$.

Этап 2-3: $T = \text{const}$, V — убывает, p — растёт ($\sim 1/V$).

Этап 3-1: T — убывает, $V = \text{const}$, p — убывает ($\sim T$).

Характер изменения T и V виден прямо из графика;
Характер изменения p можно определить из уравнения Менделеева-Клапейрона.

Необходимые графики представлены на рисунках.



12. Дано:

M ;

T ;

R

$\bar{v} - ?$

Решение:

Из основного уравнения МКТ имеем:

$pV = \frac{1}{3} m_0 N \bar{v}^2$, где $m_0 N = m$. Согласно урав-

нения Менделеева-Клапейрона $pV = \frac{m}{M} RT$,

поэтому $\frac{1}{3} m \bar{v}^2 = \frac{m}{M} RT \rightarrow \bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$.

Ответ: $\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$.

13. Дано:

$t = 15^\circ\text{C}$; $T = 288 \text{ K}$;

$\Delta m = 0,4 \text{ m}_1$;

$\Delta T = \Delta t = 8 \text{ K}$

$\frac{p_1}{p_2} - ?$

p_2

Решение:

Запишем уравнение Менделеева-Клапейро-

на для двух состояний газа: $p_1 V = \frac{m_1}{M} RT_1$;

$p_2 V = \frac{m_2}{M} RT_2$; Учитывая, что M , V и R вели-

чины в данных условиях постоянные, и, раз-

делив первое уравнение на второе, получим:

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1 T_1}{m_2 T_2}$, где $\Delta m = m_1 - m_2$, $\Delta T = T_1 - T_2$.

Отсюда $m_2 = m_1 - \Delta m$, $T_2 = T_1 - \Delta T$;

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_1 - \Delta m} \cdot \frac{T_1}{T_1 - \Delta T}$. Окончатель-

но, получим: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1 T_1}{(m_1 - \Delta m)(T_1 - \Delta T)}$;

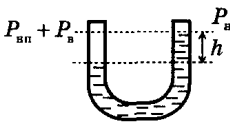
$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{\left(1 - \frac{\Delta m}{m_1}\right)(T_1 - \Delta T)}$.

Вычисления:

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{288 \text{ K}}{(1 - 0,4)(288 \text{ K} - 8 \text{ K})} \approx 1,7$.

Ответ: $\frac{p_1}{p_2} \approx 1,7$.

Упражнение 14

1.  Вода в обоих коленах будет находиться на одном уровне, если давление в обоих коленах трубки одинаково. Это может быть только тогда, когда над поверхностью воды имеется насыщенный пар. Значит в том колене, где уровень воды ниже, кроме насыщенного пара имеется воздух (см. рис.).

2. Кипение начинается при температуре, при которой давление насыщенного пара сравнивается с давлением жидкости. При опускании сосуда с водой внешнее давление увеличивается. Чем больше внешнее давление, тем выше температура кипения.

3. Дано:

$$T = 373 \text{ К};$$

$$M = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль};$$

$$p_0 = 101325 \text{ Па};$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$$

ρ — ?

Решение:

Запишем уравнение состояния в форме:

$$p = \frac{\rho}{M} RT. \text{ Учитывая, что давление насыщенного пара в пузырьках сравнивается}$$

с давлением в жидкости при кипении, полу-

$$\text{чим: } p_0 = \frac{\rho}{M} RT. \rightarrow \rho = \frac{p_0 M}{RT}.$$

Вычисления:

$$[\rho] = \frac{\text{Н} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{м}^2 \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$\{\rho\} = \frac{101325 \cdot 1,8 \cdot 10^{-2}}{8,31 \cdot 373} \approx 0,59.$$

$$\text{Ответ: } \rho \approx 0,59 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

4. Вопрос заключается в том, повысится или понизится относительная влажность воздуха в кухне, если открыть форточку. Скорость сушки белья зависит только от относительной влажности. На первый взгляд — повысится: ведь относительная влажность на улице близка к 100%. Однако, в кухне относительная влажность тоже достаточно велика, а во вторых (и это главное!) температура в кухне намного выше. Поэтому давление насыщенного пара при комнатной температуре воздуха намного выше, чем при температуре наружного воздуха. Даже ненасыщенный водяной пар в кухне имеет большее давление, чем насыщенный пар на улице. Поэтому при открытой форточке пар будет выходить из кухни, и белье будет сохнуть быстрее.

5. Дано:

$$h_1 = 10,3 \text{ м};$$

$$t = 100^\circ\text{С}; T = 373 \text{ К};$$

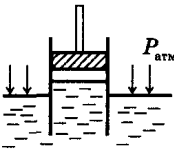
$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$p_{\text{атм}} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

h_2 — ?

Решение:



Простейшая модель всасывающего насоса показана на рисунке. При поднятии поршня между ним и поверхностью жидкости образуется разрежение и вода начинает подниматься под действием атмосферного давления $p_{\text{атм}}$.

Так как поршень перемещается очень медленно, то под поршнем успевают образоваться насыщенный водяной пар.

Если вода холодная: $p_{\text{атм}} = p_{\text{нпк}} + \rho gh_1$. (1)

Если вода кипит: $p_{\text{атм}} = p_{\text{нпк}} + \rho gh_2$. (2)

Выразим давление $p_{\text{нпк}}$ и $p_{\text{нпк}}$ воды из 1 и 2 уравнения:

$$p_{\text{нпк}} = p_{\text{атм}} - \rho gh_1 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па} - 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 10,3 \text{ м} \approx 0;$$

$p_{\text{нпк}} = p_{\text{атм}}$ (вода кипит при 100°C когда атмосферное давление равно нормальному атмосферному давлению), а это значит, что $\rho gh_2 = 0 \rightarrow h_2 = 0$.

Ответ: Кипящую воду насос не поднимает ($h_2 = 0$).

6. Дано:

$$V = 120 \text{ м}^3;$$

$$t = 15^\circ\text{C}; T = 288 \text{ К};$$

$$\phi = 60\%;$$

$$p_0 = 12,8 \text{ мм.рт.ст.};$$

$$p_0 = 1,71 \cdot 10^3 \text{ Па};$$

$$M = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$m = ?$

Решение:

$$\phi_1 = \frac{p}{p_0} \cdot 100\%, \text{ где } p \text{ — парциальное давление}$$

водяного пара. $p = \frac{\phi \cdot p_0}{100\%}$. Из уравнения Мен-

делеева-Клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$ найдем m :

$$m = \frac{pVM}{RT} = \frac{\phi \cdot p_0 V \cdot M}{100RT}$$

Вычисления:

$$[m] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{К} \cdot \text{моль} \cdot \%}{\text{м}^2 \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \%} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{Дж}} = \text{кг};$$

$$\{m\} = \frac{60 \cdot 1,71 \cdot 10^3 \cdot 120 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 8,31 \cdot 288} \approx 0,92.$$

Ответ: $m \approx 0,92 \text{ кг}$.

7. Дано:

$$t = 20^\circ\text{C}; T = 293$$

К;

$$\phi_1 = 20\%;$$

$$\phi_2 = 50\%;$$

$$V = 40 \text{ м}^3;$$

$$\rho_0 = 1,73 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$T = \text{const}$$

$\Delta m = ?$

Решение:

$$\phi_1 = \frac{p_1}{p_0} \cdot 100\%, \phi_2 = \frac{p_2}{p_0} \cdot 100\%; p_1 = \frac{\rho_1 RT}{M},$$

$$p_2 = \frac{\rho_2 RT}{M} \text{ (из уравнения состояния газа); } \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

$$\text{Поэтому } \phi_1 = \frac{\rho_1}{\rho_0} \cdot 100\%, \phi_2 = \frac{\rho_2}{\rho_0} \cdot 100\% \rightarrow \rho_1 =$$

$$\frac{\phi_1 \rho_0}{100\%}, \rho_2 = \frac{\phi_2 \rho_0}{100\%}; \Delta \rho = \frac{(\phi_2 - \phi_1) \rho_0}{100\%};$$

$$\Delta m = m_2 - m_1 = \rho_2 V - \rho_1 V = \Delta \rho V = \frac{(\phi_2 - \phi_1) \rho_0 V}{100\%}.$$

Вычисления:

$$\Delta m = \frac{(50\% - 20\%) \cdot 1,73 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3 \cdot 40 \text{ м}^3}{100\%} =$$

$$= 0,21 \text{ кг}.$$

Ответ: $\Delta m = 0,21 \text{ кг}$.

Упражнение 15

1. Дано:

$$p_2 = 3p_1;$$

$$V_2 = \frac{V_1}{2}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = ?$$

Решение:

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа равна: $U = \frac{3}{2} m RT$. Запишем уравнения

$$\text{Менделеева-Клапейрона: } p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT_1;$$

$p_2 V_2 = \frac{m}{M} RT_2$. Подставляя левые части последних уравнений в первое уравнение, получим:

$$U_1 = \frac{3}{2} p_1 V_1; U_2 = \frac{3}{2} p_2 V_2, \text{ откуда:}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{3 p_1 V_1}{2 p_1 V_1} = 1,5.$$

Ответ: $\frac{U_2}{U_1} = 1,5$. Внутренняя энергия идеального одноатомного газа увеличится в 1,5 раза.

2. Дано:

$$p = 10^5 \text{ Па;}$$

$$A = 25 \text{ Дж;}$$

$$p = \text{const}$$

$$\Delta V = ?$$

Решение:

$$A = p \Delta V \rightarrow \Delta V = \frac{A}{p} = \frac{25 \text{ Дж}}{10^5 \text{ Па}} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

Ответ: $\Delta V = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$.

3. Дано:

$$Q = 200 \text{ Дж;}$$

$$A = 400 \text{ Дж;}$$

$$\Delta U = ?$$

Решение:

По первому закону термодинамики

$$Q = \Delta U + A \rightarrow \Delta U = Q - A;$$

$$\Delta U = 200 \text{ Дж} - 400 \text{ Дж} = -200 \text{ Дж}.$$

Ответ: $\Delta U = -200 \text{ Дж}$.

4. Дано:

$$m_1 = 0,1 \text{ г} = 10^{-4} \text{ кг;}$$

$$m_2 = 0,5 \text{ г} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ кг;}$$

$$t = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ К;}$$

$$M = 0,029 \text{ кг/моль} =$$

$$= 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль;}$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль} =$$

$$= 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$$

$$A = ?$$

Решение:

Работа, которую совершают силы давления газа, равна: $A = p \Delta V$, где ΔV — изменение объема газа. ΔV определим из уравнений

$$\text{состояний газа } V_2 = \frac{m_2 RT}{M p}; V_1 = \frac{m_1 RT}{M p};$$

$$A = p \left(\frac{m_2 RT}{M p} - \frac{m_1 RT}{M p} \right) = \frac{(m_2 - m_1) RT}{M}.$$

Вычисления:

$$[A] = \frac{(\text{кг} - \text{кг}) \cdot \text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{К} \cdot \text{моль} \cdot \text{кг}} = \text{Дж;}$$

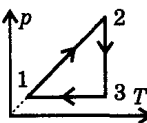
$$\{A\} = \frac{(5-1) \cdot 10^{-4} \cdot 8,31 \cdot 300}{2,9 \cdot 10^{-2}} \approx 34,4.$$

Ответ: $A \approx 34,4 \text{ Дж}$.

5. Допустим, КПД нагревателя равен 100%. Тогда можно записать $N\Delta t_1 = c_1 m_1 \Delta T$, $N\Delta t_2 = c_2 m_2 \Delta T$, где c_1 и c_2 — удельные теплоемкости воды и воздуха, m_1 и m_2 — массы воды и воздуха, Δt_1 и Δt_2 — время нагревания воды и воздуха, ΔT — изменение температуры, равное 50°C, N — мощность, получаемая от нагревателя. Разделив первое уравнение на второе, полу-

чим: $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{c_2 m_2}{c_1 m_1} = \frac{c_2 \rho_2}{c_1 \rho_1} < 1$, т.е. $\Delta t_2 < \Delta t_1$. Значит, воздух нагреется быстрее.

6. Работа предложенного вечного двигателя совершается без изменения внутренней энергии и без поступления энергии извне, что противоречит закону сохранения энергии. Из рисунка видно, что обмен водой между отсеками двигателя сопровождается поступлением воздуха из нижней половинки в верхнюю, а это значит, что в верхней половинке давление увеличивается, а в нижней уменьшается. С течением времени p_2 будет равно p_1 и двигатель остановится. Следовательно, предложенный проект вечного двигателя не осуществим.

7.  Процесс 1-2 — изобарный, $V_2 > V_1$, совершается положительная работа $A = p_1 \Delta V$. Так как $T_2 > T_1$, то увеличивается температура, т.е. увеличивается внутренняя энергия газа $\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T$. Применив уравнение состояния идеального газа

$p \Delta V = \frac{m}{M} R \Delta T$, получим $\Delta U = 3/2 p_1 \Delta V$. По первому закону термодинамики

$Q_{12} = \Delta U + A = 5/2 p_1 \Delta V > 0$, т.е. в этом процессе газ получил положительное количество теплоты. Процесс 2-3 изотермический. Внутренняя энергия при этом не изменилась: $\Delta U = 0$. При этом объем газа уменьшился, т.е. газ совершил отрицательную работу: $A < 0$, при этом $Q = A < 0$, т.е. газ отдает теплоту. В процесс 3-1 $V = \text{const}$, газ не совершает работы $A = 0$. Температура газа уменьшается, что ведет к уменьшению внутренней энергии газа: $\Delta U < 0$. При этом $Q_{31} = \Delta U < 0$, т.е. газ отдает теплоту.

8. Дано:

m ;
 M ;
 ΔT ;
 $p = \text{const}$;
 $V = \text{const}$

$\Delta Q = ?$

Решение:

По определению первый закон термодинамики имеет вид: $Q = \Delta U + A'$. Количество теплоты, переданное системе, идет на изменение ее внутренней энергии и на совершение системой работы над внешними телами. Запишем этот закон для изо-

барного процесса ($p = \text{const}$): $Q_1 = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T +$

$+ p \Delta V$; Для изохорного процесса: $Q_2 = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T$,

т.к. $\Delta V = 0$, то $A = 0$; Из последних двух уравнений видно, что $\Delta Q = Q_1 - Q_2 = p \Delta V$. Заменим это выражение через известные в условии задачи данные, используя уравнение газового состояния

$p \Delta V = \frac{m}{M} R \Delta T$.

Ответ: $\Delta Q = \frac{m}{M} R \Delta T$.

9. Дано:

$$\begin{aligned}
 V &= \text{const}; \\
 m &= 4 \text{ кг}; \\
 \Delta T &= 100 \text{ К}; \\
 M(\text{He}) &= 4 \times \\
 &\times 10^{-3} \text{ кг/моль}; \\
 R &= 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}
 \end{aligned}$$

$$Q - ?$$

Решение:

Применим первый закон термодинамики к изохорному процессу: т. к. $A = 0$, то

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T.$$

Вычисления:

$$Q = \frac{3 \cdot 4 \text{ кг} \cdot 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль} \cdot 100 \text{ К}}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} \approx 1,25 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Ответ: $Q \approx 1,25 \text{ МДж}$.

Решение:

Для изотермического процесса первый закон термодинамики имеет вид:

$$Q = A \text{ (т. к. } \Delta U = 0\text{)}, \text{ тогда } Q = 20 \text{ Дж}.$$

Ответ: $Q = 20 \text{ Дж}$.

Решение:

Запишем первый закон термодинамики:

$$Q = \Delta U + A \rightarrow \Delta U = Q - A, \text{ где } Q = c_p m \Delta T, \\ A = p \Delta V = \frac{m}{M} R \Delta T, \text{ тогда:}$$

$$\Delta U = c_p m \Delta T - \frac{m}{M} R \Delta T = m \Delta T (c_p - R/V).$$

Вычисления:

$$[\Delta U] = \text{кг} \cdot \text{К} \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} - \frac{\text{Дж} \cdot \text{моль}}{\text{К} \cdot \text{моль} \cdot \text{кг}} \right) = \text{Дж};$$

$$\{\Delta U\} = 2 \cdot 10 \left(1,4 \cdot 10^4 - \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \right) \approx 2 \cdot 10^5.$$

Ответ: $\Delta U \approx 2 \cdot 10^5 \text{ Дж}$.

Решение:

Применяя первый закон термодинамики к адиабатному процессу, получим: $Q = 0$,

$$\Delta U = A = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{2A}{3\nu R}.$$

Вычисления:

$$[\Delta T] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{Дж}} = \text{К}; \{\Delta T\} = \frac{2 \cdot 500}{3 \cdot 4 \cdot 8,31} = 10.$$

Ответ: $\Delta T = 10 \text{ К}$.

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса в виде: $Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4$, где $Q_1 = cm_1(\theta - T_1)$ — теплота, которую получает вода; $Q_2 = C(\theta - T_1)$ — теплота, которую получает колориметр; $Q_3 = rm_2$ — теплота, которую отдает пар при конденсации; $Q_4 = cm_2(T_2 - \theta)$ — теплота, которую отдает образ вавшаяся при конденсации пара вода; θ — температура, которая установится в калориметре при тепловом равновесии.

10. Дано:

$$\begin{aligned}
 A &= 20 \text{ Дж}; \\
 T &= \text{const}
 \end{aligned}$$

$$Q - ?$$

11. Дано:

$$\begin{aligned}
 m &= 2 \text{ кг}; \\
 p &= \text{const}; \\
 \Delta T &= 10 \text{ К}; \\
 c_p &= 1,4 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}; \\
 M(\text{H}_2) &= 2 \times \\
 &\times 10^{-3} \text{ кг/моль}; \\
 R &= 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}
 \end{aligned}$$

$$\Delta U - ?$$

12. Дано:

$$\begin{aligned}
 \nu &= 4 \text{ моль}; \\
 A &= 500 \text{ Дж}; \\
 R &= 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}
 \end{aligned}$$

$$\Delta T - ?$$

13. Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 0,25 \text{ кг}; \\
 t_1 &= 25^\circ \text{C}; T_1 = 298 \text{ К}; \\
 m_2 &= 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг}; \\
 t_2 &= 100^\circ \text{C}; T_2 = 373 \text{ К}; \\
 c &= 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}; \\
 r &= 2,256 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}; \\
 C &= 10^3 \text{ Дж/К}
 \end{aligned}$$

$$\theta - ?$$

$$\begin{aligned}
 cm_1(\theta - T_1) + C(\theta - T_1) &= rm_2 + cm_2(T_2 - \theta); \\
 cm_1\theta - cm_1T_1 + C\theta - CT_1 &= rm_2 + cm_2T_2 - cm_2\theta; \\
 \theta(cm_1 + C + cm_2) &= rm_2 + c(m_1T_1 + m_2T_2) + CT; \\
 \theta &= \frac{rm_2 + C(m_1T_1 + m_2T_2) + CT}{cm_1 + C + cm_2}.
 \end{aligned}$$

Вычисления:

$$[\theta] = \frac{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot \text{кг} + \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} (\text{кг} \cdot \text{К} + \text{кг} \cdot \text{К}) + \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot \text{К}}{\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \text{кг} + \frac{\text{Дж}}{\text{К}} + \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \text{кг}} = \text{К};$$

$$\{\theta\} = \frac{2,256 \cdot 10^6 \cdot 10^{-2} + 4,2 \cdot 10^3 (0,25 \cdot 298 + 0,01 \cdot 373) + 10^3 \cdot 298}{4,2 \cdot 10^3 \cdot 0,25 + 10^3 + 4,2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2}} \approx 310.$$

Ответ: $\theta \approx 310 \text{ К}$; $t = 37^\circ\text{С}$.

14. Дано:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 0,4 \text{ кг}; \\
 t_1 &= 10^\circ\text{С}; T_1 = 283 \text{ К}; \\
 m_2 &= 0,6 \text{ кг}; \\
 t_0 &= 0^\circ\text{С}; T_0 = 273 \text{ К}; \\
 t_2 &= -40^\circ\text{С}; T_2 = 233 \text{ К}; \\
 c_1 &= 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}; \\
 c_2 &= 2,1 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}; \\
 \lambda &= 3,34 \cdot 10^5 \text{ Дж/К};
 \end{aligned}$$

$\theta = ?$

Решение:

Допустим, что энергия, отданная водой при охлаждении до 0°С равна энергии, необходимой для нагревания льда до 0°С .

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= c_1 m_1 (T_1 - T_0) = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К} \cdot 0,4 \text{ кг} \times \\
 &\times 10 \text{ К} = 1,68 \cdot 10^4 \text{ Дж}; Q_2 = c_2 m_2 (T_0 - T_2) = 2,1 \times \\
 &\times 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К} \cdot 0,6 \text{ кг} \cdot 40 \text{ К} = 5,04 \cdot 10^4 \text{ Дж}; \\
 Q_2 &> Q_1;
 \end{aligned}$$

Отсюда видно, что часть воды, а может быть, даже вся вода будет кристаллизоваться.

Найдем количество теплоты Q_3 , которое необходимо отобрать у воды для охлаждения ее до нуля и полной кристаллизации.

$$\begin{aligned}
 Q_3 &= Q_1 + \lambda m_1 = 1,68 \cdot 10^4 \text{ Дж} + 3,34 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг} \times \\
 &\times 0,4 \text{ кг} \approx 15 \cdot 10^4 \text{ Дж}. \text{ Полученный результат} \\
 &\text{показывает, что не вся вода будет превращаться} \\
 &\text{в лед. После установившегося равновесия в кало-} \\
 &\text{риметре будут одновременно существовать две} \\
 &\text{фазы — лед и вода при температуре } T = 273 \text{ К}.
 \end{aligned}$$

Ответ: $T = 273 \text{ К}$; $t = 0^\circ\text{С}$.

Решение:

$$\begin{aligned}
 \text{По определению } \eta_{\max} &= \frac{T_{\text{н}} - T_{\text{х}}}{T_{\text{н}}} \cdot 100\%, \text{ где } T_{\text{н}} — \\
 &\text{температура нагревателя, } T_{\text{х}} — \text{температура} \\
 &\text{холодильника. } \frac{\eta_{\max} T_{\text{н}}}{100\%} = T_{\text{н}} - T_{\text{х}}; T_{\text{н}} \left(1 - \frac{\eta_{\max}}{100\%}\right) = \\
 &= T_{\text{х}}; T_{\text{н}} = T_{\text{х}} / \left(1 - \frac{\eta_{\max}}{100\%}\right).
 \end{aligned}$$

$$\text{Вычисления: } T_{\text{н}} = 300 \text{ К} / \left(1 - \frac{80\%}{100\%}\right) = 1500 \text{ К}.$$

Ответ: $T_{\text{н}} = 1500 \text{ К}$.

15. Дано:

$$\begin{aligned}
 \eta_{\max} &= 80\%; \\
 t_{\text{х}} &= 27^\circ\text{С}; T_{\text{х}} = 300 \text{ К}
 \end{aligned}$$

$T_{\text{н}} = ?$

16. Дано:

$$Q_H = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Дж};$$

$$Q_X = -1,2 \cdot 10^6 \text{ Дж};$$

$$T_H = 523 \text{ К};$$

$$T_X = 303 \text{ К}$$

$$\eta - ?$$

$$\eta_{\max} - ?$$

Решение:

КПД машины равен:

$$\eta = \frac{A}{|Q_H|} \cdot 100\% = \frac{|Q_H| - |Q_X|}{|Q_H|} \cdot 100\%;$$

Максимальный КПД достигается тогда, когда имеем идеальный цикл Карно:

$$\eta_{\max} = \frac{T_H - T_X}{T_H} \cdot 100\%.$$

Вычисления:

$$\eta = \frac{1,5 \cdot 10^6 \text{ Дж} - 1,2 \cdot 10^6 \text{ Дж}}{1,5 \cdot 10^6 \text{ Дж}} \cdot 100\% = 20\%;$$

$$\eta_{\max} = \frac{523 \text{ К} - 303 \text{ К}}{523 \text{ К}} \cdot 100\% \approx 42\%.$$

Ответ: $\eta = 20\%$; $\eta_{\max} \approx 42\%$.

Упражнение 16

1. Чтобы определить знак пластмассовой ручки, наэлектризованной о шерсть, необходимо поднести ее не касаясь к подвешенной стеклянной палочке с положительным зарядом. Если она притянется, то ее знак — «-», если отталкивается, то знак — «+». В нашем случае стеклянная палочка и ручка притягиваются, следовательно, знак заряда — «-».

2. Дано:

$$r = 0,5 \cdot 10^{-8} \text{ см} =$$

$$= 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ м};$$

$$q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times$$

$$\times 10^{-12} \text{ Кл}^2/\text{Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$F - ?$$

Решение:

По определению сила взаимодействия электрических зарядов в вакууме равна:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_p||q_e|}{r^2}.$$

Вычисления:

$$F = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \text{ Кл}^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/\text{Нм}^2 \cdot (5 \cdot 10^{-11})^2 \text{ м}^2} =$$

$$= 9,2 \cdot 10^{-8} \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 9,2 \cdot 10^{-8} \text{ Н}$.

Решение:

3. Дано:

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг};$$

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг};$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2};$$

$$q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$$

$$q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

$$\frac{F_K}{F_{\text{гп}}} - ?$$

$$F_K = k \frac{|q_p||q_e|}{r^2}, \quad F_{\text{гп}} = G \frac{m_p m_e}{r^2};$$

$$\frac{F_K}{F_{\text{гп}}} = \frac{k|q_p||q_e| \cdot r^2}{r^2 \cdot G m_p m_e} = \frac{k|q_p||q_e|}{G m_p m_e}.$$

Вычисления:

$$\left[\frac{F_K}{F_{\text{гп}}} \right] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}^2}{\text{Кл}^2 \cdot \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}} = 1;$$

$$\left\{ \frac{F_K}{F_{\text{гп}}} \right\} = \frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}} \approx 2,3 \cdot 10^{39}.$$

Ответ: $\frac{F_K}{F_{\text{гп}}} \approx 2,3 \cdot 10^{39}.$

4. Дано:

$$q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$$

$$r = 1 \text{ км} = 10^3 \text{ м};$$

$$m = 0,03 \text{ г} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ кг};$$

$$\eta = 1\%;$$

$$M = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль};$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2};$$

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

$$F_K \text{ — ?}$$

Решение:

По закону Кулона $F_K = \frac{kq_1^2}{r^2}$, где $q_1 = \eta q_2$,

$q_2 = 10 |q_e| \cdot N$ (т. к. молекула H_2O имеет 2 электрона водорода и 8 — кислорода). Всего молекул $N = N_A \frac{m}{M}$, поэтому $q_2 = 10 |q_e| \cdot N_A \frac{m}{M}$,

$$q_1 = \frac{\eta \cdot 10 |q_e| N_A m}{M}. \text{ Тогда: } F_K = \frac{k \cdot \eta^2 \cdot 10^2 q_e^2 N_A^2 m^2}{M^2 r^2}.$$

Вычисления:

$$|F_K| = \frac{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \text{Кл}^2 \cdot \text{моль}^{-2} \cdot \text{кг}^2}{\frac{\text{кг}^2}{\text{моль}^2} \cdot \text{м}^2} = \text{Н};$$

$$F_K = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-4} \cdot 10^2 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(18 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (10^3)^2} \times \\ \times (6,02 \cdot 10^{23})^2 \cdot (3 \cdot 10^{-5})^2 \approx 2,3 \cdot 10^6.$$

Ответ: $F_K \approx 2,3 \cdot 10^6 \text{ Н}.$

5. Дано:

$$r = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м};$$

$$q_1 = 9 \cdot 10^{-9} \text{ Кл};$$

$$q_2 = -2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл};$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

$$F_{K1} \text{ — ?}$$

$$F_{K2} \text{ — ?}$$

Решение:

Так как шарики заряжены противоположным зарядом, то до соприкосновения они притягиваются с силой $F_{K1} = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$; Поскольку

шарики одинаковые, то после соприкосновения заряды станут равными и с одним знаком. Система двух шаров замкнута и для нее выполняется закон сохранения заряда:

$$q_1 + q_2 = 2q \rightarrow q = \frac{q_1 + q_2}{2}. \text{ Поэтому шарики отталкиваются с силой } F_{K2} = \frac{kq^2}{r^2} = \frac{k(q_1 + q_2)^2}{4r^2}.$$

Вычисления:

$$F_{K1} = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot 9 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \cdot 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}}{(0,4)^2 \text{ м}^2} \approx 10^{-6} \text{ Н};$$

$$F_{K2} = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot (9 \cdot 10^{-9} - 2 \cdot 10^{-9})^2 \text{ Кл}^2}{4 \cdot (0,4)^2 \text{ м}^2} \approx 6,9 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$$

Ответ: $F_{K1} \approx 10^{-6} \text{ Н}$; $F_{K2} \approx 6,9 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$.

6. Дано:

$$q_1 = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ Кл};$$

$$q_2 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл};$$

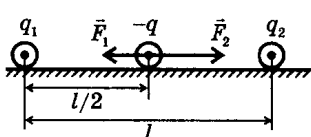
$$l = 1 \text{ м};$$

$$q = -3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл};$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

$$F_p - ?$$

Решение:



Между зарядами $-q$ и q_2 действует сила притяжения:

$$F_2 = k \frac{|q||q_2|}{(l/2)^2};$$

Между зарядами $-q$ и q_1 действует сила —

$$F_1 = k \frac{|q||q_1|}{(l/2)^2}; F_2 > F_1 \text{ (т. к. } q_2 > q_1\text{)}. \text{ При этом}$$

возникает равнодействующая сила равная

$$F_p = F_2 - F_1 = \frac{4k|q|(|q_2| - |q_1|)}{l^2}.$$

Вычисления:

$$F_p = \frac{4 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot 3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} (2 - 1) \cdot 10^{-8} \text{ Кл}}{1 \text{ м}^2} \approx 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ Н}.$$

Ответ: $F_p \approx 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ Н}$, в сторону второго заряда.

1. Дано:

$$E = 1,3 \cdot 10^5 \text{ В/м};$$

$$m = 2 \cdot 10^{-9} \text{ г} =$$

$$= 2 \cdot 10^{-12} \text{ кг};$$

$$q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$$

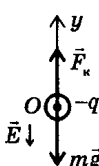
$$g = 9,8 \text{ м/с}^2;$$

$$q - ?$$

$$N - ?$$

Упражнение 17

Решение:



Запишем условие равновесия капельки: $\vec{F}_K + m\vec{g} = 0$. Спроецируем силы на ось OY (см. рис.). $F_K = mg$, т. к. $E = \text{const}$ и направлена вниз, то это означает, что заряд отрицательный, а поле однородное. Тогда:

$$F_K = -qE; mg = -qE \rightarrow q = -\frac{mg}{E}; N = \frac{q}{q_e}.$$

Вычисления:

$$q = -\frac{2 \cdot 10^{-12} \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{1,3 \cdot 10^5 \text{ В/м}} \approx -1,5 \cdot 10^{-16} \text{ Кл};$$

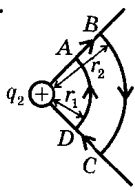
$$N = \frac{-1,5 \cdot 10^{-16}}{-1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 940.$$

Ответ: $q \approx -1,5 \cdot 10^{-16} \text{ Кл}$;

$N \approx 940$ избыточных электронов.

2. Так как расческа заряжена, то вокруг нее возникает электрическое поле. Кусочки бумаги, как диэлектрики, находящиеся в электрическом поле, поляризуются. Таким образом, возникают противоположные заряды, между которыми действуют силы притяжения, за счет которых легкие кусочки бумаги притягиваются к расческе.

3. Поскольку заряды положительные, то сила, действующая на заряд q_1 , и напряженность поля E действуют в одном направлении по линии AB , поэтому поле совершает положительную работу. Так как напряженность поля $E = k \frac{q_2}{r^2}$ зависит от r , то при-



нять закон Кулона для расчета работы нельзя. Ее можно вычислить с помощью закона сохранения энергии: $A_{AB} = -(W_{PB} - W_{PA}) = -q_1(\varphi_B - \varphi_A)$, где W_{PB} , W_{PA} , φ_B , φ_A — энергия и потенциал в точках A и B .

При этом $\varphi_B = k \frac{q_2}{r_2}$, $\varphi_A = k \frac{q_2}{r_1}$, где r_1 и r_2 — расстояние от заряда q_2 до

точек A и B . $A_{AB} = -q_1 \left(k \frac{q_2}{r_2} - k \frac{q_2}{r_1} \right) = k q_1 q_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$; Так как $r_2 > r_1$, то

$A_{AB} > 0$. Потенциальная энергия системы уменьшилась: $W_{PB} = W_{PA} - A_{AB} < W_{PA}$. На участке CD заряд q_1 движется противоположно силовым линиям поля и $A_{CD} < 0$, $a = W_{PD} - A_{CD} > W_{PC}$, т. е. в этом случае потенциальная энергия системы увеличилась. На участках BC и AD заряд перемещается под углом 90° к силовым линиям, поэтому работа на этих участках равна нулю: $A_{BC} = A_{DA} = 0$. А это означает, что потенциал поля и потенциальная энергия на этих участках не меняются.

Работа на участке CD : $A_{CD} = -A_{AB} = -k q_1 q_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$;

Полная работа по замкнутой траектории равна 0:

$$A_{ABCD} = -(W_{PA} - W_{PA}) = -q(\varphi_A - \varphi_A) = 0.$$

4. Дано:

$$\Delta\varphi = 1 \text{ В};$$

$$q_e = -1,6 \cdot 10^{19} \text{ Кл}$$

$$\Delta W_K \text{ — ?}$$

$$\Delta W_P \text{ — ?}$$

Решение:

$$\Delta W_K = A = -q_e \Delta\varphi = q_e \Delta\varphi;$$

$$\Delta W_P = -A = q_e \Delta\varphi = -q_e \Delta\varphi \text{ (по теореме потенциальной энергии).}$$

Вычисления:

$$\Delta W_K = 1,6 \cdot 10^{19} \text{ Кл} \cdot 1 \text{ В} = 1,6 \cdot 10^{19} \text{ Дж};$$

$$\Delta W_P = -1,6 \cdot 10^{19} \text{ Кл} \cdot 1 \text{ В} = -1,6 \cdot 10^{19} \text{ Дж}.$$

$$\text{Ответ: } \Delta W_K = 1,6 \cdot 10^{19} \text{ Дж};$$

$$\Delta W_P = -1,6 \cdot 10^{19} \text{ Дж}.$$

5. Дано:

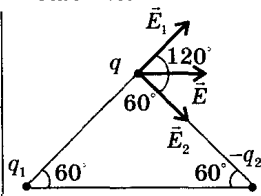
$$q_1 > 0;$$

$$q_2 < 0;$$

$$r, \varepsilon, \varepsilon_0$$

$$E \text{ — ?}$$

Решение:



Используем принцип суперпозиции полей:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \text{ где } E_1 = \frac{kq_1}{\varepsilon r^2},$$

т. к. $q_1 > 0$, то E_1 направлена от заряда q_1 ;

$E_2 = \frac{kq_2}{\epsilon r^2}$, т. к. $q_2 < 0$, то E_2 направлено к заряду q_2 . Из рисунка видно, что угол между E_1 и E_2 равен 120° . Применив теорему косинусов, получим: $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos 120^\circ} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_1E_2}$;

$$E = \sqrt{\frac{k^2 q_1^2}{\epsilon^2 r^4} + \frac{k^2 q_2^2}{\epsilon^2 r^4} + \frac{k^2 q_1 q_2}{\epsilon^2 r^4}} = \sqrt{\frac{k^2}{\epsilon^2 r^4} (q_1^2 + q_2^2 + q_1 q_2)} = \frac{k}{\epsilon r^2} \sqrt{(q_1^2 + q_2^2 + q_1 q_2)}.$$

Ответ: $E = \frac{k}{\epsilon r^2} \sqrt{(q_1^2 + q_2^2 + q_1 q_2)}$.

6. Вектор напряженности электростатического поля направлен в сторону убывания потенциала. Так как потенциал возрастает снизу вверх, то вектор напряженности поля направлен сверху вниз.

7. Дано:

$$U = 120 \text{ В};$$

$$d = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$E = ?$$

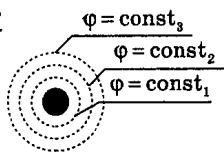
Решение:

$E = U/d$, где U — разность потенциалов между точками, которые связаны вектором перемещения \vec{d} , совпадающим по направлению с вектором напряженности \vec{E} .

$$E = U/d = 120 \text{ В} / 0,03 \text{ м} = 4 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

Ответ: $E = 4 \cdot 10^3 \text{ В/м}$.

8.



Так как цилиндр равномерно заряженный, то все точки проводника имеют один и тот же потенциал. Поэтому любая поверхность внутри цилиндра является эквипотенциальной. Вне цилиндра потенциал поля не изменится, так как не изменится расположение зарядов. Следовательно, любая окружность, лежащая в плоскости, перпендикулярной оси цилиндра, является эквипотенциальной.

9. Дано:

$$v_1 \approx 1 \cdot 10^7 \text{ м/с};$$

$$v_2 \approx 3 \cdot 10^7 \text{ м/с};$$

$$\frac{q_e}{m_e} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$$

$$U = ?$$

Решение:

$$A = \Delta W_K = W_{K2} - W_{K1}, \text{ где}$$

$$W_{K2} = \frac{m_e v_2^2}{2}, W_{K1} = \frac{m_e v_1^2}{2}; A = \frac{m_e}{2} (v_2^2 - v_1^2);$$

С другой стороны $U = A/q \rightarrow A = -q_e U$;

$$\frac{m_e}{2} (v_2^2 - v_1^2) = -q_e U \rightarrow U = -\frac{m_e}{2q_e} (v_2^2 - v_1^2);$$

$$U = -(v_2^2 - v_1^2) / \left(2 \cdot \frac{q_e}{m_e} \right).$$

Вычисления:

$$[U] = \frac{\text{м}^2/\text{с}^2 - \text{м}^2/\text{с}^2}{\text{Кл}/\text{кг}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В};$$

$$\{U\} = -\frac{(9-1) \cdot 10^{14}}{2 \cdot 1,76 \cdot 10^{11}} \approx -2,3 \cdot 10^3 \text{ В}.$$

Ответ: $U \approx -2,3 \cdot 10^3 \text{ В}$.

Упражнение 18

1. Дано:

$$C = 0,1 \text{ мкФ} = 10^{-7} \text{ Ф};$$

$$\Delta U = 175 \text{ В};$$

$$\Delta q - ?$$

Решение:

$$\Delta q = q_2 - q_1; \text{ Из формулы } C = q/U \rightarrow q = CU;$$

$$\Delta q = CU_2 - CU_1 = C\Delta U.$$

Вычисления:

$$\Delta q = 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \cdot 175 \text{ В} = 1,75 \cdot 10^{-5} \text{ Кл.}$$

$$\text{Ответ: } \Delta q = 1,75 \cdot 10^{-5} \text{ Кл.}$$

2. Дано:

$$v_0 = 2 \cdot 10^7 \text{ м/с};$$

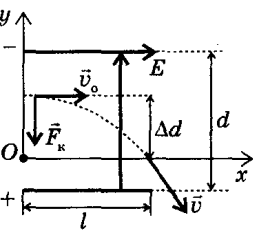
$$l = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$U = 2 \cdot 10^2 \text{ В};$$

$$d = 0,02 \text{ м};$$

$$\frac{q_e}{m_e} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$$

$$\Delta d - ?$$



Запишем второй закон

Ньютона: $\vec{F}_k = m_e \vec{a}$

(силой тяжести можно пренебречь). В проекции

на ось OY : $F_k = m_e a_y$, где

$$F_k = q_e E = q_e \frac{U}{d}; a_y = \frac{q_e U}{dm_e}.$$

Электрон движется по горизонтали с постоянной скоростью \vec{v}_0 . Поэтому $l = v_0 t \rightarrow t = l/v_0$.

По оси OY уравнение движения электрона

имеет вид: $\Delta d = \frac{a_y t^2}{2}$, подставляя a_y и t из предыдущих уравнений, получим: $\Delta d = \frac{q_e U}{2dm_e} \cdot \frac{l^2}{v_0^2}$.

Вычисления:

$$[\Delta d] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{В} \cdot \text{м}^2}{\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{В} \cdot \text{м}}{\text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{м}}{\text{Дж}} = \text{м};$$

$$\{\Delta d\} = \frac{1,76 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^2 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 0,02 \cdot (2 \cdot 10^7)^2} \approx 5,5 \cdot 10^{-3}.$$

$$\text{Ответ: } \Delta d \approx 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Решение:

После отключения конденсатора от источника тока его заряд перестал меняться.

Емкость конденсатора после изменения расстояния равна: $C = q/U$, $C_1 = q/U_1$, где

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}, C_1 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_1}; \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} = q/U \rightarrow q = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} U;$$

С другой стороны

$$q = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_1} U_1; \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} U = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_1} U_1 \rightarrow U_1 = \frac{U d_1}{d}.$$

Вычисления:

$$U_1 = \frac{200 \text{ В} \cdot 7 \cdot 10^{-4} \text{ м}}{2 \cdot 10^{-4} \text{ м}} = 700 \text{ В.}$$

$$\text{Ответ: } U_1 = 700 \text{ В.}$$

3. Дано:

$$U = 200 \text{ В} = 2 \cdot 10^2 \text{ В};$$

$$d = 0,2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$d_1 = 0,7 \text{ мм} = 7 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\epsilon = 1$$

$$U_1 - ?$$

Упражнение 19

1. За направление тока принимают направление движения положительно заряженных частиц. Так как отрицательно заряженные частицы (электроны) движутся к экрану, то ток направлен в противоположную сторону, т. е. от экрана телевизионной трубки.

2. Дано:

$$R = 0,2 \text{ Ом};$$

$$m = 0,2 \text{ кг};$$

$$D = 8900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} =$$

$$= 8,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$\rho = 1,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$$S - ?$$

$$l - ?$$

Решение:

$$R = \frac{\rho l}{S}; \quad m = DV, \quad \text{где } D \text{ — плотность меди, } V = Sl \text{ — объем; } m = DSl \rightarrow l = m/DS;$$

$$R = \frac{\rho m}{DS^2} \rightarrow S = \sqrt{\frac{\rho m}{RD}}.$$

Вычисления:

$$[S] = \sqrt{\frac{\text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг}}{\text{Ом} \cdot \text{кг}}} = \text{м}^2; \quad [l] = \frac{\text{кг}}{\text{кг}/\text{м}^3 \cdot \text{м}^2} = \text{м};$$

$$\{S\} = \sqrt{\frac{1,8 \cdot 10^{-8} \cdot 0,2}{0,2 \cdot 8,9 \cdot 10^3}} \approx 1,4 \cdot 10^{-6};$$

$$\{l\} = \frac{0,2}{8,9 \cdot 10^3 \cdot 1,4 \cdot 10^{-6}} \approx 16.$$

$$\text{Ответ: } S \approx 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2; \quad l \approx 16 \text{ м}.$$

3. Дано:

$$l = 300 \text{ м} = 3 \cdot 10^2 \text{ м};$$

$$U = 36 \text{ В};$$

$$n = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3};$$

$$\rho = 1,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м};$$

$$|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$v_{\text{cp}} - ?$$

Решение:

Сила тока равна: $I = q_e n v_{\text{cp}} S$. По закону Ома

для участка цепи $I = \frac{U}{R}$, где $R = \frac{\rho l}{S}$. Отсюда

$$I = \frac{US}{\rho l}. \quad \text{Тогда: } \frac{US}{\rho l} = q_e n v_{\text{cp}} S \rightarrow v_{\text{cp}} = \frac{U}{q_e n \rho l}.$$

Вычисления:

$$[v_{\text{cp}}] = \frac{\text{В}}{\text{Кл} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{м}} = \frac{\text{В} \cdot \text{м}}{\text{Ом} \cdot \text{Кл}} = \frac{\text{А} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{м}/\text{с};$$

$$\{v_{\text{cp}}\} = \frac{36}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,5 \cdot 10^{28} \cdot 1,8 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^2} \approx 4,9 \cdot 10^{-4}.$$

$$\text{Ответ: } v_{\text{cp}} \approx 4,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}/\text{с}.$$

4. Дано:

$$Q$$

$$Q_1 - ?$$

$$Q_2 - ?$$

Решение:

Количество теплоты, выделяемое в плитке, согласно закону Джоуля–Ленца равно: $Q = I^2 R \Delta t$;

Так как напряжение сети при включении одной плитки, двух, при последовательном или параллельном включении, не изменяется, то

$$\text{этот закон можно записать: } Q = \frac{U^2}{R} \Delta t -$$

выделится количество теплоты при включении одной плитки;

$Q_1 = \frac{U^2}{2R} \Delta t = \frac{Q}{2}$ — выделится количество теплоты при последовательном включении в сеть двух плиток (при этом $R_{\text{общее}} = R + R = 2R$);

$Q_2 = \frac{2U^2}{R} \Delta t = 2Q$ — выделится количество теплоты при параллельном

включении в сеть двух плиток (при этом $R_{\text{общее}} = \frac{R \cdot R}{R + R} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$).

Ответ: $Q_1 = \frac{Q}{2}$; $Q_2 = 2Q$.

5.

\mathcal{E} ;

$I = 0$

$U = ?$

Разрыв цепи означает подключение к ней бесконечно большого сопротивления. Измерим \mathcal{E} на клеммах гальванического элемента вольтметром, имеющим внутренне сопротивление $R \gg r$, где r — сопротивление гальванического элемента. Запишем закон Ома

для полной цепи: $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$. Выразим I через

закон Ома для участка цепи $I = \frac{U}{R}$, тогда

$U = \frac{\mathcal{E}R}{R+r} = \frac{\mathcal{E}}{1+\frac{r}{R}}$. При большем R , r/R — бес-

конечно малая величина, при этом $1 + \frac{r}{R} \rightarrow 1$ и $U = \mathcal{E}$.

Ответ: $U = \mathcal{E}$.

6. Дано:

$\mathcal{E} = 12 \text{ В}$;

$r = 0,01 \text{ Ом}$;

$R = 0$

$I_{\text{кз}} = ?$

Решение:

$$I_{\text{кз}} = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{12 \text{ В}}{0,01 \text{ Ом}} = 1200 \text{ А.}$$

Ответ: $I_{\text{кз}} = 1200 \text{ А}$.

7. Дано:

$R_1 = 1,65 \text{ Ом}$;

$U_1 = 3,30 \text{ В}$;

$R_2 = 3,50 \text{ Ом}$;

$U_2 = 3,50 \text{ В}$

$\mathcal{E} = ?$

$r = ?$

Решение:

Запишем закон Ома для двух значений внешнего сопротивления: $I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1+r}$; $I_1 = \frac{U_1}{R_1}$;

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{\mathcal{E}}{R_1+r} \rightarrow \mathcal{E} = \frac{(R_1+r)U_1}{R_1}; I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2+r};$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2}; \frac{U_2}{R_2} = \frac{\mathcal{E}}{R_2+r} \rightarrow \mathcal{E} = \frac{(R_2+r)U_2}{R_2}.$$

Приравнивая правые выражения для \mathcal{E} , получим: $\frac{(R_1+r)U_1}{R_1} = \frac{(R_2+r)U_2}{R_2}$.

Так как $\frac{U_1}{R_1} = \frac{3,30 \text{ В}}{1,650 \text{ Ом}} = 2 \text{ А}$, а $\frac{U_2}{R_2} = \frac{3,5 \text{ В}}{1,5 \text{ Ом}} = 1 \text{ А}$, то

$$2(R_1+r) = R_2+r \rightarrow r = R_2 - 2R_1 = 3,50 \text{ Ом} - 2 \cdot 1,65 \text{ Ом} = 0,2 \text{ Ом}.$$

Подставим r в одно из уравнений для \mathcal{E} :

$$\mathcal{E} = \frac{(R_1+r)U_1}{R_1} = \frac{(1,65 \text{ Ом} + 0,2 \text{ Ом})3,30 \text{ В}}{1,65 \text{ Ом}} = 3,7 \text{ В}.$$

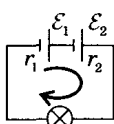
Ответ: $r = 0,2 \text{ Ом}$; $\mathcal{E} = 3,7 \text{ В}$.

8. Дано:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= 4,5 \text{ В}; \\ \mathcal{E}_2 &= 1,5 \text{ В}; \\ r_1 &= 1,50 \text{ Ом}; \\ r_2 &= 0,50 \text{ Ом}; \\ R &= 23 \text{ Ом} \end{aligned}$$

$P = ?$

Решение:



Если использовать закон Ома для участка цепи, то мощность лампы равна: $P = I^2 R$, где I можно определить по закону Ома для полной цепи. Для нахождения ЭДС выберем направление обхода цепи по часовой стрелке. Тогда $\mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$.

$$\text{Тогда } I = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R + r_1 + r_2}, \quad P = \left(\frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R + r_1 + r_2} \right)^2 R.$$

Вычисления:

$$\begin{aligned} [P] &= \left(\frac{\text{В} + \text{В}}{\text{Ом} + \text{Ом} + \text{Ом}} \right)^2 \text{ Ом} = \frac{\text{В}^2}{\text{Ом}^2} \cdot \text{Ом} = \frac{\text{В}^2 \cdot \text{А}}{\text{Ом} \cdot \text{А}} \\ &= \text{В} \cdot \text{А} = \text{Вт}; \end{aligned}$$

$$\{P\} = \left(\frac{1,5 - 4,5}{1,5 + 0,5 + 23} \right)^2 23 \approx 0,33.$$

Ответ: $P = 0,33 \text{ Вт}$.

9. Дано:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 6 \text{ В}; \\ r &= 0,1 \text{ Ом} \end{aligned}$$

$I(R) = ?$

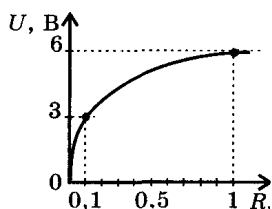
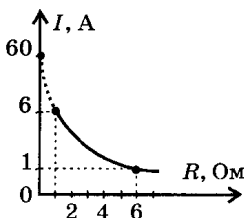
$U(R) = ?$

Решение:

Составим уравнение для построения графика:

$$I(R) = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{6}{0,1+R};$$

$$U(R) = IR = \frac{\varepsilon}{R+r} R = \frac{6R}{0,1+R}.$$



10. Дано:

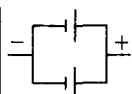
Решение:

$$\mathcal{E} = 4,1 \text{ В};$$

$$r = 4 \text{ Ом}$$

$$\mathcal{E}_3 - ?$$

$$r_3 - ?$$



Так как источники тока соединены параллельно одноименными полюсами, то: $\mathcal{E}_3 = \mathcal{E} = 4,1 \text{ В};$

$$r_3 = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} = \frac{r \cdot r}{2r} = \frac{r}{2} = \frac{4 \text{ Ом}}{2} = 2 \text{ Ом}.$$

Ответ: $\mathcal{E}_3 = 4,1 \text{ В}; r_3 = 2 \text{ Ом}.$

Упражнение 20

1. От охлаждения проволоки ее сопротивление уменьшается и ток увеличивается. Поэтому часть проволоки над водой нагреется сильнее.

2. Так как $R = \frac{\rho l}{S}$, то при уменьшении l (ρ и S постоянные) уменьшается сопротивление, а это значит, что при постоянном напряжении на концах проводника возрастает количество теплоты, выделяемое за некоторое время.

3. Дано:

$$\Delta t = 60^\circ\text{C} = 60\text{К};$$

$$P_0 = 5\text{кВт} = 5 \cdot 10^3 \text{ Вт};$$

$$\alpha = 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1};$$

$$I = \text{const};$$

$$U = \text{const}$$

$$P_1 - ?$$

$$P_2 - ?$$

Решение:

$$1) U = \text{const}$$

$$P_0 = \frac{U^2}{R_0}, P_1 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{U^2}{R_0(1 + \alpha \Delta T)} = \frac{P_0}{1 + \alpha \Delta T}.$$

$$2) I = \text{const}$$

Вычисления:

$$P_0 = I^2 R_0,$$

$$P_2 = I^2 R_2 = I^2 R_0 (1 + \alpha \Delta T) = P_0 (1 + \alpha \Delta T).$$

$$P_1 = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ Вт}}{1 + 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1} \cdot 60\text{К}} = 4,07 \cdot 10^3 \text{ Вт};$$

$$P_2 = 5 \cdot 10^3 \text{ Вт} (1 + 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1} \cdot 60\text{К}) = 6,1 \cdot 10^3 \text{ Вт}.$$

Ответ: $P_1 = 4,1 \text{ кВт}; P_2 = 6,1 \text{ кВт}.$

4. Дано:

$$m = 0,01 \text{ кг} = 10^{-2} \text{ кг};$$

$$k = 3,4 \cdot 10^{-7} \text{ кг/Кл}$$

$$q - ?$$

Решение:

По закону электролиза Фарадея

$$m = kq \rightarrow q = m/k.$$

$$q = \frac{10^{-2} \text{ кг}}{3,4 \cdot 10^{-7} \text{ кг/Кл}} = 2,9 \cdot 10^4 \text{ Кл}.$$

Ответ: $q = 2,9 \cdot 10^4 \text{ Кл}.$

5. Дано:

$$m = 0,316 \text{ г} =$$

$$= 3,16 \cdot 10^{-4} \text{ кг};$$

$$I = 1,6 \text{ А};$$

$$\Delta t = 10 \text{ мин} = 6 \cdot 10^2 \text{ с}$$

$$k - ?$$

Решение:

$$m = k \Delta q = k I \Delta t \rightarrow k = \frac{m}{I \Delta t}.$$

Вычисления:

$$k = \frac{3,16 \cdot 10^{-4} \text{ кг}}{1,6 \text{ А} \cdot 6 \cdot 10^2 \text{ с}} = 3,3 \cdot 10^{-7} \frac{\text{кг}}{\text{Кл}}.$$

Ответ: $k = 3,3 \cdot 10^{-7} \frac{\text{кг}}{\text{Кл}}.$

6. Для того, чтобы электролитическим путем покрыть внутреннюю поверхность полого металлического предмета, необходимо этот предмет применить в роли катода, а внутри него расположить анод с электролитом.

7. Дано:

$$\Delta t = 2 \text{ часа} = 7,2 \cdot 10^3 \text{ с};$$

$$I = 25 \text{ А};$$

$$k = 3 \cdot 10^{-7} \text{ кг/Кл};$$

$$\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$S = 0,2 \text{ м}^2$$

$$d - ?$$

Решение:

По закону электролиза Фарадея

$$m = kI\Delta t, \text{ где } m = \rho V = \rho Sd;$$

$$kI\Delta t = \rho Sd \rightarrow d = \frac{KI\Delta t}{\rho S}.$$

Вычисления:

$$\{d\} = \frac{\text{кг/Кл} \cdot \text{А} \cdot \text{с}}{\text{кг/м}^3 \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{м} \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}} = \text{м};$$

$$\{d\} = \frac{3 \cdot 10^{-7} \cdot 25 \cdot 7,2 \cdot 10^3}{8,9 \cdot 10^3 \cdot 0,2} = 3 \cdot 10^{-5}.$$

$$\text{Ответ: } d = 3 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

8. В вакууме на электрон действует только сила $\vec{F} = q\vec{E}$. В металле электрон, встречая частицы кристаллической решетки, тормозится. Следовательно, в металле электрон пройдет меньшее расстояние.

9. Дано:

$$U_1 = 500 \text{ В} = 5 \cdot 10^2 \text{ В};$$

$$U_2 = 5000 \text{ В} = 5 \cdot 10^3 \text{ В};$$

$$|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг};$$

$$v_0 = 0$$

$$v_1 - ?$$

$$v_2 - ?$$

Решение:

Из закона сохранения энергии

$A = W_2 - W_1$, где $A = q_e U$ — работа сил элект-

рического поля. $W_2 = \frac{m_e v_2^2}{2}$ — кинетическая энергия электрона при подлете его к аноду;

$W_1 = \frac{m_e v_0^2}{2}$ — кинетическая энергия электрона при вылете его из катода.

Так как в нашем случае $v_0 = 0$, то

$$q_e U_1 = \frac{m_e v_1^2}{2} \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2q_e U_1}{m_e}};$$

$$q_e U_2 = \frac{m_e v_2^2}{2} \rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2q_e U_2}{m_e}}.$$

Вычисления:

$$\{v\} = \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$\{v_1\} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^2}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,33 \cdot 10^7 \text{ м/с};$$

$$\{v_2\} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^3}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 4,19 \cdot 10^7 \text{ м/с}.$$

$$\text{Ответ: } v_1 = 1,33 \cdot 10^7 \text{ м/с}; v_2 = 4,19 \cdot 10^7 \text{ м/с}.$$

Лабораторная работа №1

Изучение движения тела по окружности под действием сил упругости и тяжести

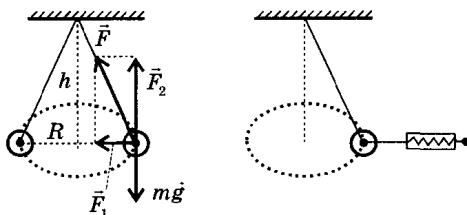
Цель работы: определение центростремительного ускорения шарика при его равномерном движении по окружности.

Оборудование: штатив с муфтой и лапкой, лента измерительная, циркуль, динамометр лабораторный, весы с разновесами, шарик на нити, кушочек пробки с отверстием, лист бумаги, линейка.

1. Приведем груз во вращение по нарисованной окружности радиуса $R = 20$ см. Измеряем радиус с точностью 1 см. Измерим время t , за которое тело совершит $N = 30$ оборотов.

2. Определяем высоту конического маятника h по вертикали от центра шарика до точки подвеса. $h = 60,0$ см \pm 1 см.

3. Оттягиваем горизонтально расположенным динамометром шарик на расстояние, равное радиусу окружности и измеряем модуль составляющей \vec{F}_1 . $F_1 = 0,12$ Н, масса шарика $m = 30$ г \pm 1 г.



4. Результаты измерений заносим в таблицу.

R , см	N	Δt , с	$T = \frac{\Delta t}{N}$, с	h , см	m , г	$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$, м/с ²	$a_n = \frac{gR}{h}$, м/с ²	$a_n = \frac{F_1}{m}$, м/с ²
20	30	43	1,43	60	30	3,86	3,3	3,7

5. Вычислим a_n по формулам, приведенным в таблице.

$$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,2\text{ м}}{1,43^2 \text{ с}^2} = 3,86 \text{ м/с}^2,$$

$$a_n = \frac{gR}{h} = \frac{9,8\text{ м/с}^2 \cdot 0,2\text{ с}}{0,6\text{ с}} = 3,3 \text{ м/с}^2,$$

$$a_n = \frac{F_1}{m} = \frac{0,11 \text{ Н}}{0,03\text{ кг}} = 3,7 \text{ м/с}^2.$$

6. Результаты вычислений заносим в таблицу.

Вывод: сравнивая полученные три значения модуля центростремительного ускорения, убеждаемся, что они примерно одинаковы. Это подтверждает правильность наших измерений.

Лабораторная работа №2

Изучение закона сохранения механической энергии

Цель работы: научиться измерять потенциальную энергию поднятого над землей тела и упруго деформированной пружины, сравнить два значения потенциальной энергии системы.

Оборудование: штатив с муфтой и лапкой, динамометр лабораторный с фиксатором, лента измерительная, груз на нити длиной около 25 см.

1. Определяем вес шарика $F_1 = 1 \text{ Н}$.

2. Расстояние l от крючка динамометра до центра тяжести шарика 40 см.

3. максимальное удлинение пружины $\Delta l = 5 \text{ см}$.

4. Сила $F = 20 \text{ Н}$, $F/2 = 10 \text{ Н}$.

5. Высота падения $h = l + \Delta l = 40 \text{ см} + 5 \text{ см} = 45 \text{ см} = 0,45 \text{ м}$.

6. $E'_p = F_1(l + \Delta l) = 1 \text{ Н} \cdot 0,45 \text{ м} = 0,45 \text{ Дж}$.

7. $E''_p = \frac{F}{2} \Delta l = 10 \cdot 0,05 \text{ м} = 0,5 \text{ Дж}$.

8. Результаты измерений и вычислений занесем в таблицу.

$F_1 = mg,$ Н	$l,$ см	$\Delta l,$ см	$F_1,$ Н	$h = (l + \Delta l),$ см	$E'_p = F_1(l + \Delta l),$ Дж	$E''_p = \frac{F}{2} \Delta l,$ Дж
1	40	5	20	45	0,45	0,5

Вывод: выполняя лабораторную работу мы научились измерять потенциальную энергию поднятого над землей тела и упруго деформированной пружины. При измерениях и вычислениях получили примерно одинаковые потенциальные энергии, что подтверждает закон сохранения энергии.

Лабораторная работа №3

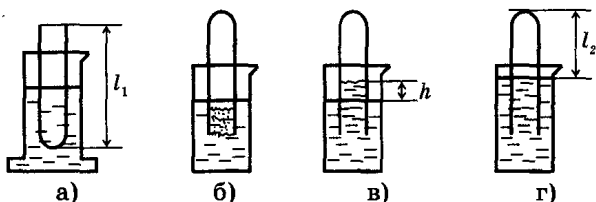
Опытная проверка закона Гей-Люссака

Цель работы: экспериментальным путем проверить закон Гей-Люссака.

Оборудование: стеклянная трубка, запаянная с одного конца, цилиндрический сосуд, стакан, пластилин.

Для того, чтобы проверить закон Гей-Люссака, достаточно измерить объем и температуру газа в двух состояниях при постоянном давлении и проверить справедливость равенства $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$.

Стеклянная трубка длиной 600 мм и диаметром 40–50 мм помещается на 3–5 мин в цилиндрический сосуд с горячей водой ($t \approx 60^\circ\text{C}$) (рис. а)



При этом объем воздуха V , равен объему стеклянной трубки, а температура — температуре горячей воды T . Это первое состояние. Чтобы масса воздуха осталась постоянной, открытый конец стеклянной трубки, находящийся в горячей воде, замазываем пластилином. Через 3–5 мин трубку вынимаем из сосуда с горячей водой и быстро опускаем в стакан комнатной температуры (рис. б) и под водой снимаем пластилин. После прекращения подъема воды в трубке объем воздуха станет равным $V_2 < V_1$, а давление

$p_2 = p_{\text{атм}} - \rho gh$ (рис. в). Чтобы давление вновь стало равным атмосферному, необходимо погружать трубку в стакан до тех пор, пока уровни воды в стакане и в трубке не выровняются (рис. г). Это будет вторым состоянием (V_2, T_2). Отношение объемов в трубках можно заменить длинами столбов воздуха $\left(\frac{V_1}{V_2} = \frac{S l_1}{S l_2} = \frac{l_1}{l_2} \right)$. Поэтому в работе необходимо проверить равенство

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Выполнение работы:

1. Измеряем l_1 и l_2 . $l_1 = 600$ мм; $l_2 = 540$ мм, $T_1 = 333$ К; $T_2 = 298$ К.

2. Результаты измерений и вычислений заносим в таблицу.

Измерено					Вычислено													
l_1 , мм	l_2 , мм	t_1 , °C	t_2 , °C	$\Delta_0 l$, мм	$\Delta_0 l$, мм	Δl , мм	T_1 , К	T_2 , К	$\Delta_0 t$, °C	$\Delta_0 t$, °C	Δt , °C	l_1/l_2	ε_1 , %	Δ_1	T_1/T_2	ε_2 , %	Δ_2	
600	540	60	25	5	5	10	333	298	1	0,5	1,5	1,11	3,6	0,04	1,12	8,5	0,09	

2. $\Delta_0 l = 5$ мм; $\Delta_0 l = 5$ мм; $\Delta l = 10$ мм.

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta l}{l_1} + \frac{\Delta l}{l_2} = \frac{10}{600} + \frac{10}{540} = 0,036, \quad \varepsilon_1 = 3,6\%; \quad \Delta_1 = 0,04.$$

3. $T_1 = t_1 + 273 = 273 + 60 = 333$ К; $T_2 = t_2 + 273 = 298$ К.

$\Delta_0 t = 1$ °C, $\Delta_0 t = 0,5$ °C, $\Delta t = 1,5$ °C.

$$\varepsilon_2 = \frac{1,5}{60} + \frac{1,5}{25} = 0,085; \quad \varepsilon_2 = 8,5\%; \quad \Delta_2 = 0,09.$$

Вывод: экспериментально подтвердили справедливость закона Гей-Люссака. Действительно, в пределах вычисленной погрешности $\frac{l_1}{l_2} \approx \frac{T_1}{T_2}$.

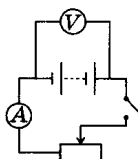
Лабораторная работа №4.

Измерение ЭДС и внутреннего сопротивления источника тока

Цель работы: научиться определять ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока.

Оборудование: аккумулятор, школьный вольтметр со шкалой 0–6 В и сопротивлением $R_v = 900$ Ом, школьный амперметр со шкалой 0–2 А, ключ замыкания тока, реостат, комплект соединительных проводов.

Схема электрической цепи показана на рисунке.



При разомкнутом ключе ЭДС источника тока равна напряжению на внешней цепи. Так как сопротивление источника тока обычно мало, то $R_v \gg r$. При этом отличие \mathcal{E} от U не превышает десятых долей процента, поэтому погрешность измерения ЭДС равна погрешности измерения напряжения.

Внутреннее сопротивление источника тока можно измерить косвенно, сняв показания амперметра и вольтметра при замкнутом ключе. По закону Ома для полной цепи $\mathcal{E} = U + Ir$. Отсюда $r_{\text{пр}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{пр}} - U_{\text{пр}}}{I_{\text{пр}}}$.

Максимальные погрешности измерений внутреннего сопротивления источника тока определяется по формулам $\mathcal{E}_r = \frac{\Delta\mathcal{E} + \Delta U}{\mathcal{E}_{\text{пр}} - U_{\text{пр}}} + \frac{\Delta I}{I_{\text{пр}}}$, $\Delta r = r_{\text{пр}} \mathcal{E}_r$.

Пример выполнения работы:

1. Таблица для записи результатов и измерений и вычислений

Измерено			Вычислено												
$U_{\text{пр}}$ В	$I_{\text{пр}}$ А	$\mathcal{E}_{\text{пр}}$ В	$\Delta_u U$ В	$\Delta_0 U$ В	ΔU В	ϵ_u %	$\epsilon_{\mathcal{E}}$ %	$r_{\text{пр}}$ Ом	$\Delta_u I$ А	$\Delta_0 I$ А	ΔI А	ϵ_i %	ϵ_r %	Δr Ом	
4	1,6	6	0,15	0,05	0,2	5	3,3	1,25	0,05	0,05	0,1	6,2	26	0,3	

2. $\Delta_u U = 0,15$ В — абсолютная инструментальная погрешность;

$\Delta_0 U = 0,05$ В — абсолютная погрешность отсчета;

$\Delta\mathcal{E} = \Delta U$ — максимальная абсолютная погрешность, $\Delta U = \Delta_u U + \Delta_0 U = 0,2$ В.

3. $\Delta_u I = 0,05$ А, $\Delta_0 I = 0,05$ А; $\Delta I = \Delta_u I + \Delta_0 I = 0,1$ А.

$$4. r_{\text{пр}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{пр}} - U_{\text{пр}}}{I_{\text{пр}}} = \frac{6\text{В} - 4\text{В}}{1,6\text{А}} = 1,25\text{Ом}.$$

$$5. \mathcal{E}_r = \frac{\Delta\mathcal{E} + \Delta U}{\mathcal{E}_{\text{пр}} - U_{\text{пр}}} + \frac{\Delta I}{I_{\text{пр}}} = 0,2 + 0,06 = 0,26; \epsilon_r = 26\%.$$

$$6. \Delta r = r_{\text{пр}} \cdot \mathcal{E}_r = 1,25 \cdot 0,26 = 0,3\text{Ом}.$$

$$7. \epsilon_u = \frac{\Delta U}{U_{\text{пр}}} \cdot 100\% = \frac{0,2}{4} \cdot 100\% = 5\%.$$

$$8. \epsilon_{\mathcal{E}} = \frac{\Delta\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{\text{пр}}} = \frac{0,2\text{В}}{6\text{В}} \cdot 100\% = 3,3\%.$$

$$9. \epsilon_I = \frac{\Delta I}{I_{\text{пр}}} \cdot 100\% = \frac{0,1\text{А}}{1,6\text{А}} \cdot 100\% = 6,2\%.$$

Вывод: экспериментально получили результаты измерений ЭДС и внутреннего сопротивления источника тока, приобрели навыки обработки погрешностей результатов измерений.

Лабораторная работа №5.

Изучение последовательного

и параллельного сопротивления проводников

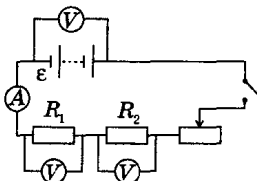
Цель работы: Экспериментально изучить законы последовательного и параллельного соединения проводников.

Оборудование: источник тока, два проволочных резистора, амперметр, вольтметр, ключ замыкания тока, реостат, комплект соединительных проводов.

1. Законы последовательного соединения проводников:

$$U = U_1 + U_2, R = R_1 + R_2, \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Схема электрической цепи показана на рисунке.



Составим таблицу для записей результатов измерений и вычислений.

Измерено						Вычислено				
$U_1,$ В	$U_2,$ В	$U,$ В	$I_1,$ А	$I_2,$ А	$I,$ А	$R_1,$ Ом	$R_2,$ Ом	$R,$ Ом	$\frac{U_1}{U_2}$	$\frac{R_1}{R_2}$
2	2,5	4,5	1	1	1	2	2,5	4,5	$\frac{4,5}{2,5} = 1,8$	$\frac{4,5}{2,5} = 1,8$

2. Законы параллельного соединения проводников.

$$I = I_1 + I_2, \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Схема электрической цепи.

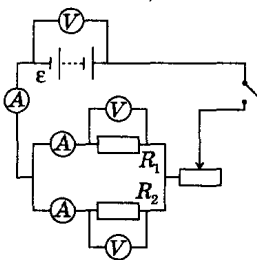


Таблица.

Измерено						Вычислено				
$U_1,$ В	$U_2,$ В	$U,$ В	$I_1,$ А	$I_2,$ А	$I,$ А	$R_1,$ Ом	$R_2,$ Ом	$R,$ Ом	$\frac{I_1}{I_2}$	$\frac{R_2}{R_1}$
2	2	2	1	0,8	1,8	2	2,5	1,11	1,25	1,25

Вывод: опытным путем подтверждена справедливость законов последовательного и параллельного соединения проводников.